תרגיל 6 / אלגברה ליניארית להנדסה תש"ף

8 בדצמבר 2019

1. האם הקבוצה $S=\left\{1+x^2+2x^3, 5+x+6x^2+13x^3, -3-x-3x^2-8x^3\right\}\subseteq\mathbb{R}_3[x]$ תלויה ליניארית? אם כן, מצאו צ"ל לא טריוויאלי שנותן 0, אם לא הראו שהצ"ל היחיד שנותן 0 הוא הטריוויאלי.

2. נתבונן ב־ $\mathbb{R}^{2\times2}\supseteq \left\{A_1=\begin{pmatrix}1&8\\4&5\end{pmatrix}, A_2=\begin{pmatrix}0&2\\1&1\end{pmatrix}, A_3=\begin{pmatrix}1&9\\4&5\end{pmatrix}\right\}=S$. האם $\begin{pmatrix}5&39\\18&23\end{pmatrix}\in span(S)$? אם כן, מצאו את הצירוף הליניארי המתאים.

3. עבור אילו ערכים של $a\in\mathbb{R}$ הוקטורים הבאים בת"ל?

$$v_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, v_2=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}, v_3=\begin{pmatrix}2\\a\\a\end{pmatrix}$$

4. נתון תת המרחב הוקטורי הבא של $\mathbb{R}^4$:

$$U=span\left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\-2\\0\\-2\end{pmatrix}\right\}$$

מצאו מערכת משוואות ליניארית (ניתן לייצגה גם ע"י מטריצה) שאוסף הפתרונות שלה הוא בדיוק U.

5. נתבונן במטריצה $A=\begin{pmatrix}1&0&1&1\\2&1&3&0\\3&1&4&1\end{pmatrix}$, ובתת המרחב הוקטורי: $W=N(A)=\left\{x\in\mathbb{R}^4 \mid Ax=0\right\}$. מצאו קבוצת וקטורים S עבורה מתקיים: $span(S)=W$.

6. יהי V מ"ו, ותהיינה $A,B\subseteq V$ תתי קבוצות. הוכיחו או הפריכו:

(א) $span(A\cap B)\subseteq span(A)\cap span(B)$.

(ב) $span(A\cap B)\supseteq span(A)\cap span(B)$.

7. יהי V מ"ו, ויהיו $u=\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, v=\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}\in V$ שני וקטורים. הוכח ש־u,v תלויים ליניארית אם ורק אם $ad-bc=0$.

8. א. יהי V מ"ו ותהא $S=\{v_1,v_2,v_3\}$ קבוצה פורשת של V (כלומר, $span(S)=V$). הוכיחו או הפריכו: $S'=\{v_1,v_2,v_1+v_3\}$ גם קבוצה פורשת (כלומר, $span(S')=V$).

ב. יהי V מ"ו ותהא $S=\{v_1,v_2,v_3\}$ קבוצה בת"ל. הוכיחו או הפריכו: $S'=\{v_1+2v_2-v_3,v_2-v_3,v_1+v_2\}$ גם בת"ל.