

תרגיל 5 – חדון"א 1 לביולוגיה חישובית

1 תרגיל

חשב את הגבולות הבאים ללא שימוש בכלל לופיטל

$$\begin{array}{lll} \text{א.} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 10^6 x - 2} & \text{ב.} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + \sin x}{x^2 - \cos x} & \text{ג.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \\ \text{ד.} \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} & \text{ה.} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x & \text{ו.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} \\ \text{ז.} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - x) & \text{ח.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin x} & \text{ט.} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2} \\ \text{י.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x} & \text{יא.} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(2x)} & \end{array}$$

2 תרגיל

א. נתון כי $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$ וכי לכל $0 < x < 2$ $|f(x) - g(x)| < 3$. הוכח כי $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{f(x)} = 1$.

ב. תהיי $f(x) = \begin{cases} ax+2 & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ 3x+2a & x > 1 \end{cases}$ כמו כן קיים $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. מהו a ? מהו הגבול?

ג. מצא a, b כך ש $f(x) = \begin{cases} ax+b & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ b(x+1)^2 & x > 1 \end{cases}$ תהייה רציפה בכל \mathbb{R} .

3 תרגיל

א. תהיי f רציפה ב $[0, a]$ וכן $f(0) = f(a)$. הראה כי יש $0 \leq x \leq \frac{a}{2}$ כך ש

$$f(x) = f\left(x + \frac{a}{2}\right)$$

ב. הראה כי למשוואה $x = \tan x$ יש אינסוף פתרונות ב \mathbb{R} .