

קורס: 83-211-01
מרצה: ש. הרוביץ
כ"א אדר א' תשע"ו

מבחן בפונקציות מרוכבות

מועד ב

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד שאלות 1-5 21 נקודות. שאלה 6 שווה 5 נקודות.
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.
משך הבחינה שלוש שעות. בהצלחה!

1. נגדיר פולינום $p(z) = z^4 - 6z^3 + 21z^2 - 36z + 40$. נתון ואין צורך להוכיח:
 $p(2+2i) = 0$. מצאו את שאר השורשים של $p(z)$.

2. נניח ש- $f(z)$ היא פונקציה מרוכבת ב- $B(0,1)$, כך שלכל $z \in B(0,1)$
 $\operatorname{Re} f(z^2) > 0$. הוכיחו שלכל $z \in B(0,1)$, $\operatorname{Re} \left[\frac{1}{f(z)} \right] > 0$.

3. חשבו: $\oint_{C(0,4)} \frac{\bar{z} \sin z}{z} dz$ כאשר המעגל $C(0,4)$ מתואר נגד כיוון השעון.

4. חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin 2x}{x^2 + x + 1} dx$ והצדיקו את תשובתכם.

5. מצאו טור לורן לפונקציה $\frac{1}{(z^2 + 1)^3}$ סביב הנקודה $z_0 = i$.

6. מצאו העתקה קונפורמית וחד-חד ערכית של הגזרה $\{z \in \mathbb{C} : 0 < \operatorname{Re} z < \operatorname{Im} z\}$ על עיגול היחידה $B(0,1)$.

בהצלחה!