

תרגיל 3

תאריך הגשה: 1.12.2019

שאלה 1. חשבו את הביטוי $AB + 2C$ עבור המטריצות הבאות

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 8 & 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 9 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

תרגיל 2. מצאו מטריצות $A, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ כך ש- $AB \neq BA$

תרגיל 3.

1. נסמן $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, מצאו חוקיות עבור A^n .

2. נסמן $A = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ (i הוא המספר המדומה מהמרוכבים), מצאו חוקיות עבור A^n .

תרגיל 4. (השאלה לא תהיה לבדיקה, אלא לתרגול עצמי בשבילכם) הוכחוהפרך: יהיו A, B מטריצות ריבועיות מאותו סדר כך ש- A משולשית עליונה ו- B משולשית תחתונה אז AB היא אלכסונית?

תרגיל 5. הוכחו הפרך: אם $AB = BA$ אז $AB^2 = B^2A$.

תרגיל 6.

1. הוכח שלכל מטריצה $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ המטריצה $AA^t - A^tA$ היא מטריצה סימטרית.

2. הוכח שלכל מטריצה $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ המטריצה $A - A^t$ היא מטריצה אנטי סימטרית.

3. הוכח שלכל מטריצה $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$ ניתן לרשום כסכום מטריצה סימטרית ומטריצה אנטי סימטרית. (רמז: ממולץ לעזר בסעיף הקודם)

תרגיל 7. (השאלה לא תהיה לבדיקה, אלא לתרגול עצמי בשבילכם) מצא אלו מקבוצות הבאות סגורות לכפל ואלו לא

1. קבוצת המטריצות המשולשיות עליונות.

2. קבוצת המטריצות המשולשיות.

3. קבוצת המטריצות האלכסוניות.

תרגיל 8. תהיינה A, B מטריצות ריבועיות מאותו סדר כך שמתקיים $AB = A, BA = B$ הוכיחו כי

$$1. \quad B = B^2 \text{ ו- } A = A^2$$

$$2. \quad Bx = 0 \Leftrightarrow Ax = 0$$

תרגיל 9. (השאלה לא תהיה לבדיקה, אלא לתרגול עצמי בשבילכם) יהיו $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ ו- $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. חשבו:

$$1. \quad AB$$

$$2. \quad B^t A^t$$

3. מה אתם יכולים לומר על הסעיפים הקודמים?

(בהצלחה :-)