

תרגיל 8 אינפי 3 תשע"ח

1. חשבו את האינטגרלים $\iint_D f(x, y) dx dy$ בתחום D .

(א) $D = [0, 1] \times [1, 2]$ כאשר $\iint_D \frac{1}{(x+y)^2} dx dy$

(ב) $D = [0, \frac{\pi}{2}]^2$ כאשר $\iint_D \cos(x+y) dx dy$

(ג) $D = [2, 3] \times [1, 2]$ כאשר $\iint_D (x - y^2) dx dy$

2. חשבו את האינטגרלים $\iint_D f(x, y) dx dy$ בתחום D .

(א) $\iint_D (x - y) dx dy$

כאשר $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 2 - x^2\}$

(ב) $\iint_D \sin(x+y) dx dy$ כאשר D התחום החסום על ידי הישרים:

$$y = x, x + y = \frac{\pi}{2}, y = 0$$

(ג) $\iint_D e^x dx dy$ כאשר D הוא המשולש שקודקודיו הם הנקודות:

$$A(0, 0), B(0, 1), C(1, 1)$$

3. חשבו את האינטגרלים $\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$ בתחום D .

(א) $\iiint_D xy^2 z^3 dx dy dz$ כאשר D התחום החסום על ידי:

$$z = xy, y = x, x = 0, x = 1, z = 0$$

(ב) $\iiint_D y dx dy dz$ כאשר D התחום החסום על ידי:

$$z = y, z = 0, y = 1 - x^2$$

4. אני בונה מגדלור של אוהבים, שבסיסו בתחום D . חשבו את שטחו של בסיס המגדלור כאשר:

(א) D הוא התחום הכלוא בין העקומות $y = \sin x, y = \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

(ב) D הוא התחום הכלוא בין העקומות $y^2 = -x, 3y - x = 4$

5. בניתי את המגדלור בתומן (אוקטנט) הראשון. חסמתי אותו על ידי הפרבולואיד $z = 9x^2 + y^2$ מלמעלה ועל ידי המישורים $x = 3, y = 2$ מהצדדים (בנוסף למישורים $x = 0, y = 0, z = 0$ החוסמים אותו והמישור $z = 0$ החוסם אותו מלמעלה). חשבו את נפח המגדלור.

6. בהמצתו של פרנק אושן עזבתי את המגדלורים לטובת פירמידות. חשבו את נפח הפירמידה G , כאשר:

(א) הפירמידה בתומן הראשון שפיאותיה הן מישורי הצירים והמישור $3x + 6y + 4z = 12$

(ב) הפירמידה בתומן הראשון שפיאותיה הן מישורי הצירים והמישור $x + y + z = 5$.

7. החליפו את סדר האינטגרציה. ציירו ו"סובבו" במידת הצורך.

(א) $\int_1^2 \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy dx$

(ב) $\int_{-1}^1 \int_{x^3}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy dx$

(ג) $\int_0^2 \int_{\frac{4-x^2}{4}}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy dx$