

### תרגיל 13 מופשטת 3

בכל התרגיל אתם מתבקשים לנמק את צעדיכם ככל האפשר.

1. חשבו את  $\Phi_{2^n}$  (הפולינום הציקלוטומי מסדר  $2^n$ ).
2. הראו כי אם  $\rho$  הוא שורש יחידה  $n$  פרימיטיבי ו  $\sigma \in \text{Gal}(\mathbb{Q}(\rho)/\mathbb{Q})$  אז  $\sigma(\rho)$  גם שורש יחידה  $n$  - פרימיטיבי.
3. (א) בנה במפורש מצולע משוכלל בעל 6 צלעות. (כלומר, לא רק להוכיח שאפשר לבנות, לתאר את הבניה).  
(ב) כנ"ל למצולע משוכלל בעל 12 צלעות.
4. מצאו את כל הפולינומים הציקלוטומיים מדרגה 4.
5. נניח  $a \in \mathbb{C}$  איבר שאינו ניתן לבניה עם פולינום מינימלי  $m_a$  מדרגה 4. יהי  $E$  שדה הפיצול של  $m_a$ . מה יכולה להיות  $\text{Gal}(E/\mathbb{Q})$ ? (מהם כל האפשרויות?)
6. לכל חבורה  $G$  סופית יש הרחבת גלואה  $K/F$  כך ש  $G$  היא חבורת גלואה. שימו לב שעבור  $G = S_n$  כבר הוכחנו זאת בתרגול.