

מועד א', תאריך 30.6.04

שאלה 2 א':

האיבר הכללי של טור החזקות: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n!}}{n^2}$ ניתן להיכתב בצורה הבאה: $a_n = \begin{cases} \frac{1}{k^2} & n = k!, k \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$.

נחשב את רדיוס ההתכנסות עפ"י נוסחת קושי-הדמר: $\frac{1}{R} = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{k^2}}$

מתוך אי השוויון: $\frac{1}{n = k!} \leq \frac{1}{k^2} \leq 1$ $\forall k > 1$ יחד עם כלל הסנדוויץ' נסיק כי: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{k^2}} = 1$ ומכאן: $R = 1$.

נבדוק התכנסות בקצוות: בשני הקצוות מתקבל טור המתכנס בהחלט (מתוך השוואה עם $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$).

לכן בסה"כ הטור מתכנס ב- $[1, 3]$.