

בחינת סיום (מועד א') בקורס
מתמטיקה בדידה 2 (83118)
 מרצה: ד"ר נתן קלר

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

נא לענות על 4 מתוך 5 השאלות. בכל שאלה, סעיף א' שווה 15 נקודות וסעיף ב' שווה 10 נקודות.
 חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון בלבד.

בהצלחה!

שאלה 1

- א. הוכיחו כי לכל n טבעי, המספר $(2n)!$ מתחלק ללא שארית במספר $2^n n!$.
- ב. סדרת פיבונצ'י מוגדרת ע"י $F_1 = F_2 = 1$ ולכל $n \geq 3$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. הוכיחו כי לכל n , האיבר F_{4n} מתחלק ב-3.

שאלה 2

- א. מצאו את כמות הפתרונות של המשוואה $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 38$ כאשר:
1. (5 נקודות) x_1, x_2, x_3, x_4 שלמים אי-שליליים.
 2. (5 נקודות) x_1, x_2, x_3, x_4 אי-זוגיים חיוביים.
 3. (5 נקודות) x_1, x_2, x_3, x_4 קטנים מ-20.
- ב. מצאו את כמות המספרים בעלי 10 ספרות לכל היותר, שסכום ספרותיהם הוא 15.

שאלה 3

- א. מטילים 10 קוביות (בכל קוביה מופיעים המספרים 1 עד 6). מה הסיכוי שכל מספר מופיע לפחות פעם אחת?
- ב. לסעיף זה שני חלקים.
1. (7 נקודות) הוכיחו כי קיים מספר המורכב מהספרה 5 בלבד שמתחלק ב 2015.
 2. (3 נקודות) הוכיחו כי לא קיים מספר המורכב מהספרה 5 בלבד שמתחלק ב 5775.

שאלה 4

- א. מצאו פתרון כללי לנוסחת הנסיגה: $a_n = 4a_{n-1} - a_{n-2} - 6a_{n-3} + 4$.
- ב. מצאו את מספר ה"מילים" באורך n המורכבות מהאותיות a, b, c, d בהן a מופיעה מספר זוגי של פעמים.

שאלה 5

- א. הוכיחו כי גרף בעל n קודקודים הוא עץ אם ורק אם הוא קשיר ויש בו $n - 1$ קשתות בדיוק.
- ב. הוכיחו כי אם בגרף קשיר בעל n קודקודים יש n קשתות בדיוק אז יש בו מעגל אחד בדיוק.