שאלות חזרה

מועד ב' קיץ 2017

1. (i) $A \subseteq B \stackrel{?}{\Rightarrow} A \triangle C \subseteq B \triangle C$

הפרכה:

$$A = \emptyset$$
$$B = C = \{1\}$$

$$A \triangle C = \{1\} \nsubseteq \emptyset = B \triangle C$$

(ii) $\underbrace{A \setminus B \subseteq C}$ $\stackrel{?}{\Rightarrow} A \setminus (C \cup B) = \emptyset$

הוכחה:

$$A \subseteq \underbrace{(A \setminus B)}_{A \setminus B \subseteq C} \cup B \subseteq B \cup C \Rightarrow A \setminus (C \cup B) = \emptyset$$

דרך אחרת:

$$a \in A \setminus (C \cup B) \Rightarrow a \notin C \cup B \Rightarrow a \notin B \Rightarrow$$
$$a \in A \setminus B \underset{\text{מהנתון}}{\Rightarrow} a \in C \quad \text{בסתירה.}$$

(iii) $A \in P(B) \stackrel{?}{\Rightarrow} B \setminus A = B$

הפרכה:

$$\begin{cases} B = \{1, \{1\}\} \\ A = \{\underbrace{\{1\}}\} \subseteq P(B) \end{cases}$$

$$B \setminus A = \{1\} \neq B.$$

(iv) $\overbrace{(A \cup B) \setminus C \subseteq (A \setminus B) \cap C}$ $\stackrel{?}{\Rightarrow} A \subseteq C$

הוכחה: יהי $a\in A$, ונראה $a\in C$.

או ש-$a\in C$ וסיימנו, או ש-$a\notin C$ ואז:

$$a\in(A\cup B)\setminus C$$

מהנתון: $a\in(A\setminus B)\cap C$ ובפרט $a\in C$, סתירה.

לכן $a\in C$. מ.ש.ל.

2. א. R יחס על $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$:

$$(a,b)R(c,d) \ : \ a\le c \ \wedge \ b=d$$

א) יחס סדר חלקי:

רפלקסיבי: $\forall (a,b)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N},\ a\le a,\ b=b$

ולכן $(a,b)R(a,b)$

טרנזיטיבי: נניח $(a,b)R(c,d)$, $(c,d)R(e,f)$

אזי: $a\le c,\ b=d$ וגם $c\le e,\ d=f$

ובפרט: $b=d=f$, $a\le c\le e$ $\Leftarrow$ $(a,b)R(e,f)$

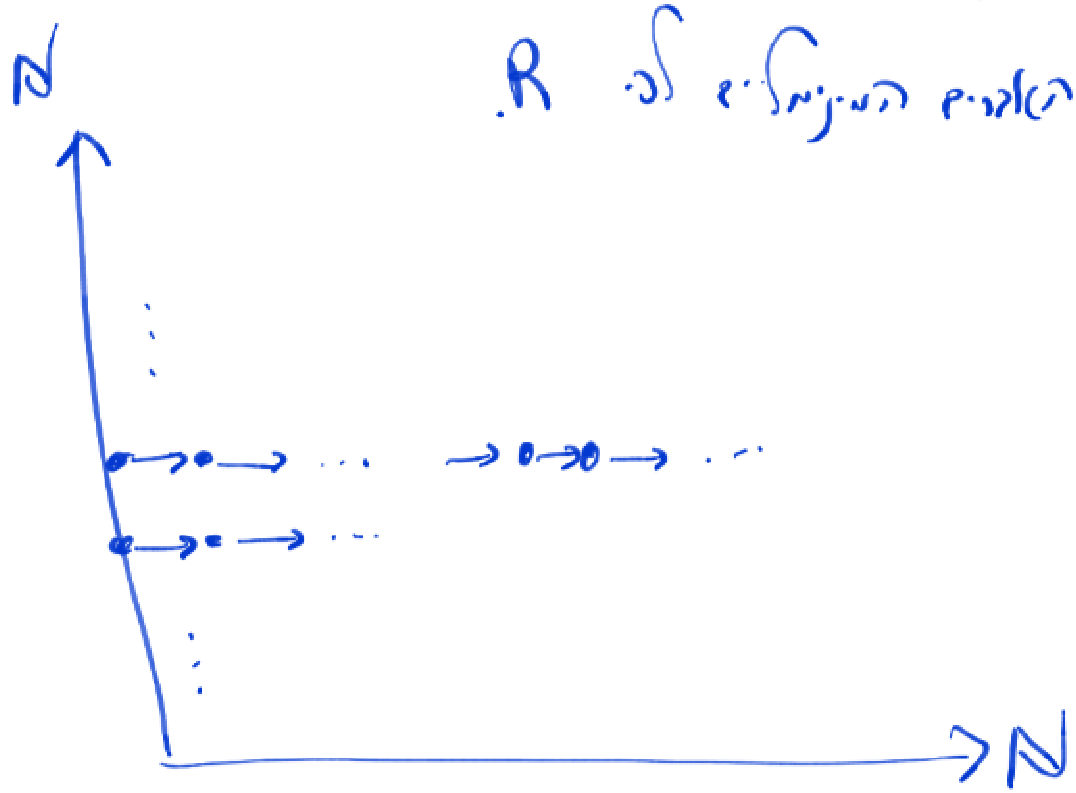
אנטי סימטרי: נניח $(a,b)R(c,d)\wedge(c,d)R(a,b)$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$a\le c,\ b=d$ $c\le a,\ d=b$

לכן $a=c$, $b=d$ $\Leftarrow$ $(a,b)=(c,d)$.

(ii) האיברים המינימליים לפי R.



האיברים המינימליים לפי R הם:

$$M=\{(1,n)\mid n\in\mathbb{N}\}$$

יהי $n\in\mathbb{N}$, נראה $(1,n)$ מינימלי לפי R.

נניח $(a,b)\leq(1,n)$, אז $a\leq 1, b=n$ $\overset{a\in\mathbb{N}}{\Leftarrow}$ $a=1$

סה"כ $(a,b)=(1,n)$.

יהי (a,b) מינימלי לפי R, ונראה $a=1$.

בשלילה, אם $a>1$, ונקבל כי

$$(a-1,b)\leq(a,b)$$

אך $(a-1,b)\neq(a,b)$ ולכן (a,b) אינו מינימלי בסתירה,
ולכן $a=1$.

לכן ≥ 1 הוא קו האלכסון המינימלי לפי R.

(ii) אין איבר קטן ביותר. (נניח בשלילה (a,b) קטן ביותר, בפרט:

$$(a,b)\, R\, (a,b+1)$$

אך $b+1\neq b$, בסתירה.

(iv) לא, למשל: $(1,2) \not R (3,4)$

$(3,4) \not R (1,2)$

(כי $2\neq 4$.)

ג. S יחס על $P(\mathbb{N})$:

$$XSY \; : \; X\subseteq Y \vee Y\subseteq X$$

- רפלקסיבי
- סימטרי
- טרנזיטיבי:

נראה כי S יחס שקילות. נמצא דוגמה:

$X=\{1\}$

$Y=\{1,2\}$

$Z=\{2\}$

מתקיים:

XSY, YSZ

כי $X\subseteq Y$ כי $Z\subseteq Y$

אך: $X \not S Z$ מכיוון ש- $X\not\subseteq Z$

$Z\not\subseteq X$

לפיכך S אינו טרנזיטיבי ולכן אינו יח"ש.

3. L קב' של ישרים במישור $y=mx+n$
(שאינם מקבילים לציר ה-y)

D = אוסף נק' החיתוך של ישרים מ-L

M = אוסף השיפועים (m) של ישרים מ-L

א. M סופית $\overset{?}{\Longleftarrow}$ D בת מנ"ה

הפרכה:

$$L=\{y=2x+r \mid r\in\mathbb{R}\}\cup\{y=x\}$$

כאן $M=\{1,2\}$ סופית.

נחשב את D:
$$2x+r=y=x$$
$$x=-r$$

$$D=\{(r,r) \mid r\in\mathbb{R}\}$$

יש התאמה חח"ע (ועל): $f:\mathbb{R}\to D$
$f(r)=(r,r)$.

לכן:
$$\aleph_0 \lneq \aleph=|\mathbb{R}| \le |D|$$

ולכן D אינה בת-מנ"ה.

ב. $|M|=\aleph \Leftarrow |D|=\aleph$

<u>הפרכה:</u>

נגדיר $L=\{y=mx+1 \mid m\in\mathbb{R}\}$

$M=\mathbb{R}$ וגם $|M|=|\mathbb{R}|=\aleph$.

נחשב נק' חיתוך: נניח:

$m\neq m'$

$$m'x+1=y=mx+1$$

$$\Downarrow$$

$$(m-m')x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=1$$

ולכן $|D|=|\{(0,1)\}|=1$ שלא $\aleph$, סתירה.

ד. $|M|=\aleph \overset{?}{\Leftarrow} |L|=\aleph$

<u>הוכחה:</u> נוכיח: $\aleph \le |L| \le \aleph$

ונסיק מק-ש-ב $|L|=\aleph$.

<u>$|L|\le\aleph$:</u>

$$g: L \to \mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

$$g(y=mx+n)=(m,n)$$

זו פונק' <u>חח"ע</u> ולכן:

$$|L|\le|\mathbb{R}\times\mathbb{R}|=|\mathbb{R}|\cdot|\mathbb{R}|=\aleph\cdot\aleph=\aleph$$

$|L| \le |\aleph \times \aleph| = |\aleph|\cdot|\aleph| = \aleph\cdot\aleph = \aleph$

מתכונות המכפלה

<u>$\aleph \le |L|$</u>: נגדיר פונק' על:

$$f: L \longrightarrow M$$

$$f(y=mx+n) = m$$

ברור כי זו פונק' על (מהגדרת M) ולכן:

$$\underset{\text{ראינו בכיתה}}{|L| \ge |M|} \underset{\text{נתון}}{=} \aleph$$

סה"כ מק-ש-ב $|L| = \aleph$. מ.ש.ל.

2. L בת מנייה $\Longleftarrow$ D בת מנייה.

אם $D=\emptyset$ סיימנו. אחרת, תהי $P\in D$ נק' כלשהי. נגדיר:

$$f: L\times L \longrightarrow D$$

לכל:

$$f(l_1,l_2) = \begin{cases} \text{נק' החיתוך} & ,\ l_1 \ne l_2 \text{ ונחתכים} \end{cases}$$

ו-l_1 ו-l_2 נחתכים, $l_1 = l_2$

$\Big(P$

f מוגדרת היטב מכיוון שלכל שני ישרים (שונים) יש לכל היותר נק' חיתוך אחת.

יתרה מזאת, f על. לכל $Q \in D$ ישנם שני ישרים $l_1, l_2 \in L$ כך ש-Q חיתוכם ולכן $f(l_1, l_2) = Q$.

מסקנה:

$$|D| \le |L \times L| = |L| \cdot |L| \le \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$

משפט, מניין

לכן D בת-מנייה. מ.ש.ל.

4. א. צ"ל: למה נק' השבת שהגדרנו בכיתה.

(תזכורת: $\mathcal{L} = \{X \mid X \subseteq \varphi(X)\}$

$$C := \bigcup_{X \in \mathcal{L}} X$$

והוכחנו: $\varphi(C) = C$.)

ב. תהי A

$\varphi : P(A) \to P(A)$, $\varphi(A) \neq A$

לכל $X \subseteq A$ מתקיים: $X \cup \varphi(\varphi(X)) = A$

צ"ל: אם $X,Y \subseteq A$ כך ש- $X \subseteq Y$

אז $\varphi(X) \nsubseteq \varphi(Y)$.

הוכחה: נניח בשלילה שלכל $X,Y \subseteq A$ כך ש- $X \subseteq Y$ מתקיים כי:

$\varphi(X) \subseteq \varphi(Y)$.

אז לפי סעיף א' / למת נקודת השבת קיימת $K \subseteq A$:

$$\varphi(K) = K$$
$$\Downarrow$$
$$\varphi(\varphi(K)) = \varphi(K) = K$$
$$\Downarrow$$
$$A \underset{\text{נתון}}{=} K \cup \varphi(\varphi(K)) = K \cup K = K$$

ולכן $K = A$ כלומר $\varphi(A) = A$ בסתירה לנתון.

כך ... מש"ל.

5. א.

$$A_1 = \phi$$
$$A_{n+1} = P(A_n) \setminus A_n$$

צ"ל: $\phi \in A_{2n}$.

הוכחה: נוכיח באינדוקציה את הטענה:

$$\boxed{\varphi(n) = \phi \notin A_{2n-1} \wedge \phi \in A_{2n}}$$

$\varphi(1)$: צ"ל: $\phi \notin A_1$ וגם $\phi \in A_2$.

$A_1 = \phi$ ולכן, $\phi \notin \phi = A_1$,

בנוסף:

$$A_2 = P(A_1) \setminus A_1 = P(\phi) \setminus \phi =$$
$$= \{\phi\} \setminus \phi = \{\phi\}$$

ולכן $\phi \in A_2$.

נניח את נכונות $\varphi(n)$ ונוכיח את נכונות $\varphi(n+1)$.

צ"ל: $\phi \notin A_{2(n+1)-1} = A_{2n+1}$

וגם

$\phi \in A \ldots = A \ldots$

$\varphi \in A_{2(n+1)} = A_{2n+2}$

ראשית,
$$A_{2n+1} = P(A_{2n}) \setminus A_{2n}$$

אך מהנחת האינדוקציה $(\varphi(n))$ ידוע כי $\phi \in A_{2n}$

ולכן: $\phi \notin A_{2n+1}$.

שנית,
$$A_{2n+2} = \underbrace{P(A_{2n+1})}_{\substack{\ni \\ \phi}} \setminus \underbrace{A_{2n+1}}_{\substack{\not\ni \\ \phi}}$$

כי מוכל ב-A_{2n+1} לכן שייך לקבוצת החזקה של A_{2n+1}

ולכן: $\phi \in A_{2n+2}$

והוכחנו את נכונות $\varphi(n+1)$.

מ.ש.ל.

ג. לא קורה.

11^{00}

מועד ב' קיץ 2016

1. א. $A = \{1,2\}^{\{1,2\}}$

$$f R g \iff f(1)-f(2) = g(1)-g(2)$$

R יח"ש -

רפ': תהי $f\in A$, אזי:

$$f(1)-f(2)=f(1)-f(2)$$

לכן fRf

סימ': אם fRg

אז $f(1)-f(2)=g(1)-g(2)$

אז $g(1)-g(2)=f(1)-f(2)$

לכן gRf

טרנז': אם fRg, gRh אז

$$f(1)-f(2)=g(1)-g(2),\quad g(1)-g(2)=h(1)-h(2)$$

ומכאן $f(1)-f(2)=h(1)-h(2)$ - ש לכן fRh.

$$A=\Big\{\underbrace{\{(1,1),(2,1)\}}_{f_1},\underbrace{\{(1,1),(2,2)\}}_{f_2},\underbrace{\{(1,2),(2,1)\}}_{f_3},\underbrace{\{(1,2),(2,2)\}}_{f_4}\Big\}$$

$$f_1(1)-f_1(2)=0$$
$$f_2(1)-f_2(2)=-1$$
$$f_3(1)-f_3(2)=1$$
$$f_4(1)-f_4(2)=0$$

לכן מח"ש:

$\{f_1,f_4\},\ \{f_2\},\{f_3\}$

ג. A,B,C קב' סופיות.

(i) $A\subseteq B \overset{?}{\Leftarrow} A\setminus B \subseteq B\setminus C$

<u>הוכחה</u>: יהי $a\in A$ ונראה כי $a\in B$.

אם $a\in B$, סיימנו. אחרת, $a\notin B$ ולכן $a\in A\setminus B$. מהנתון נובע כי $a\in B\setminus C$ ולכן $a\in B$, בסתירה להנחה.

לכן, $a\in B$, והוכחנו $A\subseteq B$. מ.ש.ל.

(ii) $C^c\subseteq B^c \overset{?}{\Leftarrow} (A\setminus B)^c \subseteq (B\setminus C)^c$

$(A,B,C\subseteq U)$

שקול להוכיח:

$B\subseteq C \Leftarrow B\setminus C \subseteq A\setminus B$

<u>יהי</u> $b\in B$ ונוכיח כי $b\in C$.

אם $b\in C$ סיימנו, אחרת, $b\notin C$.

לכן $b\in B\setminus C$ ומהנתון $b\in A\setminus B$

ובפרט $b\notin B$, בסתירה להנחה ש- $b\in B$.

לכן $b\in C$. הוכחנו: $B\subseteq C$. מ.ש.ל.

(iii) מס' הפונקציות מ-A ל-$P(B)$
= מס' הפונקציות מ-B ל-$P(A)$

הוכחה:

$$\left|P(B)^A\right| = |P(B)|^{|A|} = \left(2^{|B|}\right)^{|A|} = 2^{|B||A|} =$$
$$= 2^{|A||B|} = \left(2^{|A|}\right)^{|B|} = |P(A)|^{|B|} = \left|P(A)^B\right|.$$

מ.ש.ל.

2. $A = \{1,2,3\}^{\{1,2,3\}}$

$$fRg \iff f^{-1}[\{1,2\}] = g^{-1}[\{1,2\}]$$
$$fSg \iff \forall\, 1 \le i \le 3,\ f(i) \le g(i)$$

א. R רפ':

הוכ' – יהי $f \in A$:

$$f^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}]$$

ולכן fRf.

סימ' – יהיו $f,g \in A$, אם fRg אז

$$f^{-1}[\{1,2\}] = g^{-1}[\{1,2\}]$$

אז $g^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}]$

סימ׳. gRf.

טרנ׳ - אם fRg וגם gRh אז:

$$f^{-1}[\{1,2\}]=g^{-1}[\{1,2\}], \quad g^{-1}[\{1,2\}]=h^{-1}[\{1,2\}]$$

לכן:

$$f^{-1}[\{1,2\}]=h^{-1}[\{1,2\}]$$

כלומר:

fRh.

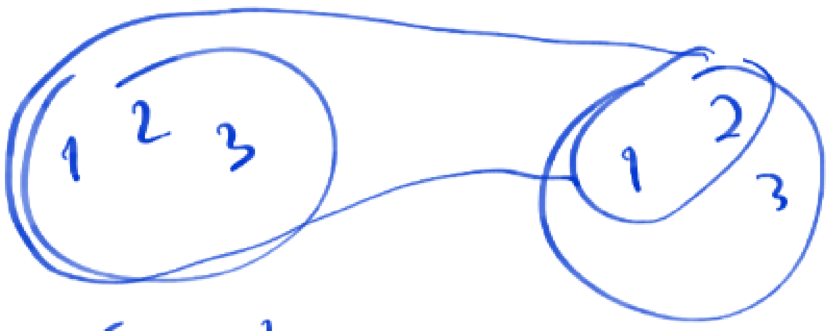
נניח:

$$f(1)=1$$
$$f(2)=f(3)=2$$

$$[f]_R=\{g\in A \mid gRf\}=$$

$$=\{g\in A \mid g^{-1}[\{1,2\}]=f^{-1}[\{1,2\}]=\{1,2,3\}\}=$$

$$=\{g\in A \mid \operatorname{Im} g\subseteq\{1,2\}\}=$$



$$=\{1,2\}^{\{1,2,3\}}$$

אם $\{1,2,3\}=g^{-1}[\{1,2\}]$ אז

$$g(1),g(2),g(3)\in\{1,2\}$$

ולכן $Im\, g \subseteq \{1,2\}$

אם $Im\, g \subseteq \{1,2\}$ אז $g(1), g(2), g(3) \in \{1,2\}$

ולכן $g^{-1}[\{1,2\}] = \{1,2,3\}$.

ק. - מס' מחלקות של R?

- מחלקה של אבר אחת

נבנה פונקציה חח"ע ועל:

$$F: A/R \longrightarrow P(\{1,2,3\})$$

לכל:

$$F([g]_R) = g^{-1}[\{1,2\}]$$

F מוגדרת היטב: נניח $[g]_R = [h]_R$

צ"ל: $F([g]_R) = F([h]_R)$.

אזי $[g]_R = [h]_R$ ולכן gRh ולכן:

$$\underset{F([g]_R)}{\underset{\shortparallel}{g^{-1}[\{1,2\}]}} = \underset{F([h]_R)}{\underset{\shortparallel}{h^{-1}[\{1,2\}]}}$$

והוכחנו חד-ערכיות.

F חח"ע. נניח $F([g]_R)=F([h]_R)$ אזי.

$$g^{-1}[\{1,2\}]=h^{-1}[\{1,2\}]$$

ולכן: gRh כלומר $[g]_R=[h]_R$.

F על: תהא $S\subseteq\{1,2,3\}$, נראה שקיים

$g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$ כך ש-

$F([g]_R)=S$.

בהינתן S, נגדיר פונקציה g:

$$g(i)=\begin{cases}1 & ,i\in S\\ 3 & ,i\notin S\end{cases}$$

אכן: $F([g]_R) = g^{-1}[\{1,2\}]=\{i\in\{1,2,3\}\mid g(i)\in\{1,2\}\}=S$

הראנו כי F פונקציה חח"ע ועל:

$$F: A/R \longrightarrow P(\{1,2,3\})$$

ולכן: $|A/R|=|P(\{1,2,3\})| = 2^{|\{1,2,3\}|}=2^3=8$

$= \alpha \qquad = \alpha - 8$

לכן יש 8 מחלקות.

נציג מחלקה: $f(1)=f(2)=f(3)=3$

אזי:

$$[f]_R = \{ g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\} \mid g^{-1}[\{1,2\}] = f^{-1}[\{1,2\}] = \phi \} =$$

$$= \{ g:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\} \mid Im\, g \subseteq \{3\} \} =$$

$$= \{ f \}$$

ג.

$$fSg \iff \forall_{1\le i\le 3},\ f(i)\le g(i)$$

S יחס סדר חלקי:

רפלקסיביות - יהי $f\in A$, אזי $\forall\, 1\le i\le 3:$

$f(i)\le f(i)$

לכן fSf.

אנטי-סימטריות - יהיו fSg, gSf אזי לכל $1\le i\le 3$:

$f(i)\le g(i),\quad g(i)\le f(i)$

ולכן $f(i)=g(i)$. לכן $f=g$.

טרנזיטיביות - יהיו $fSg,\ gSh$ אזי לכל $1\le i\le 3$:

$$f(i) \le g(i), \quad g(i) \le h(i)$$

ולכן $f(i) \le h(i)$ לכל $1 \le i \le 3$.

ולכן $f \, S \, h$.

ב. ל-A קיים איבר קטן ביותר m ביחס ל-S.

נגדיר:

$$m(1) = m(2) = m(3) = 1$$

נוכיח כי m קטן ביותר.

יהי $f \in A$ נוכיח כי $m \, S \, f$.

אזי $f(1), f(2), f(3) \in \{1,2,3\}$

ולכן $f(1), f(2), f(3) \ge 1 = m(1) = m(2) = m(3)$

כלומר:

$$\left.\begin{array}{l} m(1) \le f(1) \\ m(2) \le f(2) \\ m(3) \le f(3) \end{array}\right\} \Rightarrow m \, S \, f$$

ג. $A \setminus \{m\}$ נוכיח כי המינימליים לפי S

הם:

$$\{ n_1 , n_2 , n_3 \}$$

כאשר:

$$n_1(1) = 2, \quad n_1(2) = n_1(3) = 1$$

$$n_2(2)=2, \quad n_2(1)=n_2(3)=1$$
$$n_3(3)=2, \quad n_3(1)=n_3(2)=1$$

צ״ל: לכל $1\le j\le 3$, כי n_j מינימלי ב-$A\setminus\{m\}$.

נניח כי $\underbrace{f\le n_j}_{\text{כלומר:}}$ ונראה $f=n_j$.

$$f(1)\le n_j(1)$$
$$f(2)\le n_j(2)$$
$$f(3)\le n_j(3)$$

בפרט, $f(j)\le 2=n_j(j)$

$$f(k)\le 1=n_j(k)\ \forall k\ne j$$

כעת, אם $f(j)=1$ אז $f=m$,

בסתירה לכך ש-$f\in A\setminus\{m\}$.

לכן $f(j)=2$, $f(k)=1$ $\forall k\ne j$

ולכן: $f=n_j$.

כעת, נניח $g\in A\setminus\{m\}$ כלשהו.

נניח בשלילה כי $g\not\le n_j$ לכל $1\le j\le 3$.

אזי, כי לכל $1\le j\le 3$: $g(j)\ne n_j(j)=2$ $\rightarrow$

$\exists k \neq j$ אז:

$$g(k) \neq n_j(k) = 1$$

אם לאפשרות $1 \le j \le 3$ מתקיים המקרה השני אז:

$$g(k) > 1$$

לכן $g(k)=2$ או $g(k)=3$

ובכל מקרה: $n_k S g$.

לכן נניח שלכל $1 \le j \le 3$ מתקיים המקרה הראשון:

$\forall j$ $g(j) \neq 2$.

$g \in A\setminus\{m\}$ ולכן לא יתכן כי $g(j)=1$

לכן קיים $1 \le j \le 3$ כך ש-

$$g(j) \neq 1,2 \Rightarrow g(j)=3$$

ולכן: $n_j S g$.

קיבלנו שלכל g כלשהו, הרי שבכל מקרה קיים $1 \le i \le 3$ כך ש-

$$n_i S g$$

מינימלי $g \Leftarrow g=n_i$, ולכן

$\{n_1,n_2,n_3\}$ הוא קב' המינימום

ביחס ל-S ב-$A\setminus\{m\}$.

מ.ש.ל.

3.

$$S=\{R \mid R \text{ יחס על } N\}$$

א. $|S|\le \aleph$

כל יחס הוא יחס ולכן מהווה תת-קב' של המכפלה הקרטזית. לכן:

$$S\subseteq P(N\times N)$$

מכאן:

$$|S|\le|P(N\times N)|=2^{|N\times N|}=2^{|N|\cdot|N|}=2^{\aleph_0\cdot\aleph_0}=2^{\aleph_0}=\aleph$$

כי: $\aleph_0\cdot\aleph_0=\aleph_0$

ראינו בכיתה

ג. $A=N\setminus\{1,2\}$

$\mathcal{J} = \{$ קב' החלוקות D של $\mathbb{N}$ כך ש- $|D|=2$ $\}$

חלוקה של ($\mathbb{N}$: קב' של תתי קב' זרות הדדית-
שאיחודן הוא הקב' המלאה ($\mathbb{N}$).

אצלנו:

$$|D|=2 \Rightarrow D=\{C_1, C_2\}$$

כך ש- $C_1 \cap C_2 = \emptyset$

ומתקיים: $C_1 \cup C_2 = \mathbb{N}$.

נגדיר פונק' חח"ע:

$$f: P(A) \longrightarrow \mathcal{J}$$

$$f(X) = \{X, \mathbb{N} \setminus X\}$$

אכן, f מוגדרת היטב מאחר ש- $\{X, \mathbb{N} \setminus Y\}$ חלוקה מגודל 2.

נראה כי f חח"ע: נניח:

$$f(X) = f(Y)$$

$$\{X, \mathbb{N} \setminus X\} \qquad \{Y, \mathbb{N} \setminus Y\}$$

דרך, $X \in \{Y, \mathbb{N}\setminus Y\}$. יש שני מקרים:

① $\underline{X=Y}$, וסיימנו.

② $\underline{X=\mathbb{N}\setminus Y}$, $Y\subseteq A$ ולכן $1\notin Y$
ולכן $1\in \mathbb{N}\setminus Y$ ולכן
$1\in X$

בסתירה לכך ש- $X\subseteq A$.

לכן $Y=Y$, והוכחנו כי f חח״ע.

ג. $|\mathbb{J}| = \aleph$.

ראשית נראה פונק׳ חח״ע:

$$f : \mathbb{J} \longrightarrow S$$

$$f(D) = R$$

כאשר R היחס המושרה מ- D.

R יחס״ש, והוא מגדיר את החלוקה (משרה),
לכן f חח״ע.

לכן לפי ק״ב:
$$|\mathbb{J}| \le |S| \le \aleph.$$

מאידך, לפי ק״ב:

$$|P(A)| \le |\mathcal{J}|$$

$$\aleph = 2^{\aleph_0} = 2^{|A|}$$

A בן-מנייה

מקנטור - שרדר - ברנשטיין,

$$|\mathcal{J}| = \aleph.$$

מ.ש.ל.

(4) — א - ראינו דרכים.

ב - תרגיל. (התשובה היא $\aleph_0$, לעזרה - סעיף א׳...)

(5) — לא לחומר.