שיעורי בית 3

7 בנובמבר 2015

1. תהא G חבורה. נגדיר יחס עליה כך

$$g_1 \sim g_2 \iff \exists x \in G : \, x g_1 x^{-1} = g_2$$

ליחס זה קוראים יחס ההצמדה או יחס צמידות. (מינוח: מחלקת שקילות של יחס ההצמדה נקראת מחלקת צמידות)

(א) הוכח כי ~ יחס שקילות על G.

(ב) יהא $g \in Z(G)$ (המרכז של G), מה גודל מחלקת הצמידות של g?

2. עבור $G = S_n$ ויחס ההצמדה:

(א) מצא את מחלקת הצמידות של $(1,2)$.

(ב) כמה איברים יש במחלקת השקילות של $(1,2)$?

3. תזכורת: הגדרנו את A_n כחבורת התמורות הזוגיות, גם עליה ניתן להגדיר את יחס השקילות. תהא $\sigma \in A_n$ תמורה זוגית. בפרט $\sigma \in S_n$ ונוכל להסתכל על 2 מחלקות שקילות:

- $[\sigma]_{A_n}$ מחלקת הצמידות של σ כאיבר ב A_n
- $[\sigma]_{S_n}$ מחלקת הצמידות של σ כאיבר ב S_n

(א) מתי שתי מחלקות האלה שוות? הוכיחו כי הבאים שקולים:

i. מחלקות הצימודת לא שוות

ii. אין תמורה אי זוגית המתחלפת עם σ

(ב) חשב את מחלקת הצמידות של $A_4 \ni (2,3)\,(1,2) = (1,2,3) = \sigma$ ומצא איבר ב $[\sigma]_{S_n} \setminus [\sigma]_{A_n}$ (כלומר תמורה במחלקת הצמידות של σ כאיבר ב S_n שאינו נמצא במחלקת הצמידות של σ כאיבר ב A_n)