

תרגיל 2 בפונקציות מרוכבות

1. האם הגבולות של הסדרות הבאות קיימים? נמקו. אם כן, חשבו אותם.

$$z_n = \frac{1+n}{1-2n} + \frac{n-10}{n^2}i \quad (\text{א})$$

$$z_n = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + n \sin \frac{1}{n}i \quad (\text{ב})$$

$$z_n = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n} + \sqrt[n]{3^n + 4^n}i \quad (\text{ג})$$

$$z_n = \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^n \quad (\text{ד})$$

2. כתבו את הפונקציה הבאה באמצעות משתנה z (בלבד, בלי \bar{z} או $|z|$ וכדומה).

$$x - \frac{x}{x^2 + y^2} + i\left(y + \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$$

3. הגדירו את הפונקציה

$$f(z) = \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{z-2}$$

בנקודה $z = 2$ כך שתהיה רציפה שם.

4. עבור הפונקציות הבאות קבעו אם קיים גבול בנקודה $z = 0$ ומצאו אותו אם הוא קיים:

$$\frac{\bar{z}}{z} - \frac{z}{\bar{z}} \quad (\text{א})$$

$$\frac{z \operatorname{Re}(z)}{\bar{z}} \quad (\text{ב})$$

$$\frac{\operatorname{Im}(z)}{\bar{z}} \quad (\text{ג})$$