

## תרגיל 8

1. תהא  $A \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$  עם דרגה = 5. נתון כי  $\text{rank}(A - 3I) = 5$ . עוד נתון כי ל  $A$  קיים ע"ע ששוה ל - 5. הוכח כי  $A$  לכסינה מעל  $\mathbb{R}$  ומצא את האלכסונית ש  $A$  דומה לה.

2. תזכורת: סדרת פיבונאצי  $\{F_n\}_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}}$  היא הסדרה המוגדרת בצורה רקורסיבית כך:

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

מצא נוסחה מפורשת ל  $F_n$  ע"י שימוש ביחס

$$\begin{pmatrix} F_{n+2} \\ F_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{pmatrix}$$

הדרכה:

(א) הוכיחו כי מתקיים לכל  $n$  טבעי כי

$$\begin{pmatrix} F_{n+1} \\ F_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} F_1 \\ F_0 \end{pmatrix}$$

(ב) ע"י לכסון  $A$  חשבו מפורשות את  $A^n$  (אם  $A = PDP^{-1}$  אזי  $A^n = \dots$ )

(ג) הסיקו את  $F_n$

3. תהא מטריצה  $A \in \mathbb{C}^{7 \times 7}$  עם מקדמים ממשיים. נניח כי

(א) הפולינום  $(x-2)^2(x+1)^3(x+i)$  מחלק את הפולינום האופייני  $f_A(x)$ .

(ב) הפולינום  $(x+1)^2$  מחלק את הפולינום המימנאלי  $m_A(x)$ .

מצאו את צורת ז'ורדן האפשריות ל  $A$ .

4. תהא

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 & & & \\ -7 & 5 & -1 & 0 & & 0 \\ -6 & 6 & -2 & & & \\ & & & 4 & 0 & 1 \\ & 0 & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 4 \\ & & & & & & -1 & -1 \\ 0 & & & 0 & & & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

מצא צורת זורדן של  $A$

**בהצלחה!**