

מבוא לטופולוגיה – תרגיל בית 12

בעיה 1

יהי M מרחב מטרי ותהי $A \subseteq M$ תת קבוצה סגורה.
הוכיחו שקיימת סדרת קבוצות פתוחות $\{U_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ ב- M המקיימת $U_{n+1} \subseteq U_n$ ו- $\bigcap_{n=1}^{\infty} U_n = A$.

בעיה 2

תהי A תת קבוצה ב- \mathbb{R} כך ש- $\bar{A} = \mathbb{R}$, $A \subsetneq \mathbb{R}$.
הוכיחו שתת מרחב A לא קשור.

בעיה 3

יהי M מ"מ $M - \{a\}$ כך שהקבוצה $M - \{a\}$ לא סגורה.
הוכיחו: קיים שיכון $g: A \rightarrow M$ כאשר $A = \{0\} \cup \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ וטופולוגיה על A מושרה מ- \mathbb{R} .

בעיה 4

מצאו מרחב טופולוגי X ופונקציה רציפה $f: [0, \infty) \rightarrow X$ כך ש- f לא פתוחה ולא סגורה.

בעיה 5

יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. יהי \sim יחס שקילות על מרחב המכפלה $X \times Y$ כך ש- $x_1 = x_2 \Leftrightarrow (x_1, y_1) \sim (x_2, y_2)$.
הוכיחו ש- $(X \times Y)/\sim$ הומיאומורפי ל- X .