מקליד: עידן אריה
מרצה: פרופ' שרית קראוס
תאריך: 2016-06-02

נושאים מתקדמים בבינה מלאכותית
89-950-01

משחקים בייסיאנים

אפשר לתאר אי וודאות באמצעות טיפוסים. לכל שחקן i יש טיפוס Θ_i(או טיפוס ג'נרי - θ_i). Θ הוא אוסף הטיפוסים.

לפעמים הutility תלוי רק בטיפוס של השחקן - לשחקנים מטיפוסים שונים יהיו תועלות שונות על מצבי עולם שונים(u_i) - אבל לא בטיפוס של השחקנים האחרים.

למשל: אם בקניית מכונית משומשת, התועלת של הקונה תלויה בטיפוס שלו ובאיכות של הרכב - אבל לא בטיפוס של המוכר. הטיפוס של המוכר משפיע כמובן על מהלך המשחק, אבל לא על הutility של הקונה מכל תוצאה.

במקרים אחרים, הutility כן תלוי בשחקנים האחרים.

למשל: אם אני נכנס להשקעה עם מישהו, הטיפוס שלו משפיע על הערך הסופי של ההשקעה ולכן גם על התועלת שלי.

לכל טיפוס ולכל שחקן יש אמונות על הטיפוסים של השחקן השני:

$$p_i : \Theta_i \to \Delta\left(\Theta_{-i}\right)$$

(כלומר אם אני יודע שאני i, אני מניח שיש עולם בו השחקנים האחרים הם Θ_{-i})

$$p_i\left(\theta_{-i}|\theta_i\right)$$

(כלומר מה הסיכוי ששחקן נותן לכך שהשחקנים האחרים מטיפוסים θ_{-i} בהינתן שהוא מטיפוס θ_i)
שחקן יכול לחשב את שיווי המשקל של כל טיפוס אחר מולו, ולפי זה והתפלגות הטיפוסים לבחור אסטרטגיה.

שני סוגים של משחקים בייסיאנים

למעשה, אפשר לאחד את סוגי המשחקים האלה לסוג אחד(בו לא משנה אם האסטרטגיות נפרדות או לא) - אבל יותר נוח להתייחס אליהן בנפרד.

Separating Equilibria - כל טיפוס משחק אסטרטגיה נפרדת

למשל: במקרה של ההשקעות:

- אפשרות ראשונה: אם המשקיע השני טוב הוא ימשוך את הכסף ואם הוא רע הוא לא ימשוך. זה לא אפשרי, כי עבור משקיע רע למשוך את הכסף זה אסטרטגיה שולטת.
- אפשרות שניה: אם המשקיע השני טוב הוא לא ימשוך את הכסף מההשקעה(N) ואם הוא רע הוא ימשוך את הכסף(W) - $(\text{Good} : N, \text{Bad} : W)$. לכן התמורה שאני אקבל היא(כאשר q זה הסיכוי שהשחקן השני טוב):

$$\begin{aligned} W: &\quad q\cdot 100 + (1-q)\cdot 50 = 50\cdot q + 50 \\ N: &\quad q\cdot 150 + (1-q)\cdot 0 = 150\cdot q \end{aligned}$$

ולפי זה אפשר לבחור את הפעולה העדיפה:

$$50\cdot q + 50 > 150\cdot q \implies 50 > 100q \implies \frac{1}{2} > q$$

זה נותן לנו 2 אפשרויות:

- לשחקן הראשון עדיף לבחור W כאשר $q < \frac{1}{2}$. אבל אז אם השחקן השני טוב הוא צריך גם לבחור W, בניגוד להשערה שיבחר N.
- לשחקן הראשון עדיף לבחור N כאשר $q \geq \frac{1}{2}$, ואז אם השחקן השני טוב הוא גם יבחר N - מה שמתאים להשערה שלנו.

לכן אין Separating Equilibrium עבור $q < \frac{1}{2}$ - רק עבור $q \geq \frac{1}{2}$.

Pooling Equilibria - כל הטיפוסים משחקים את אותה אסטרטגיה.

- אפשרות אחת - $(\text{Good}: N, \text{Bad}: N)$. לא אפשרית מכיוון ש$W$ אסטרטגיה שולטת עבור Bad.
- אפשרות שניה - $(\text{Good}: W, \text{Bad}: W)$. התמורות של השחקן הראשון:

$$\begin{aligned} W: &\quad q \cdot 50 + (1-q) \cdot 50 = 50 \\ N: &\quad q \cdot 0 + (1-q) \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

ולכן עדיף W

נשים לב שיש Pooling Equilibrium בלי תלות בערך של p. זה נכון למקרה הזה - יכולים להיות מקרים אחרים שבהם לא תמיד יש Pooling Equilibrium.

Cournot Duopoly עם Incomplete Information לגבי עלויות

- שתי פירמות בוחרות כמה לייצר $q_i \in \mathbb{R}_+$
- לפירמה הראשונה יש עלות גבוהה - c_H
- לפירמה השנייה יש עלות נמוכה C_L או גבוהה C_H
- פירמה 1 מאמינה שלפירמה 2 יש עלות נמוכה בהסתברות $\mu \in [0,1]$
- התמורה לשחקן i עם עלות c_j היא:

$$u_i(q_1, q_2, c_j) = (a - (q_1 + q_2)) q_i - c_j q_i$$

- אסטרטגיות:

$$q_1 \in \mathbb{R}_+ \qquad q_2 : \{c_{L:}, c_H\} \rightarrow \mathbb{R}_+$$

נשים ♡: בניגוד למקרה של ההשקעות, כאן הutility של כל שחקן תלוי רק בטיפוס(במקרה הזה - הטיפוס נקבע לפי העלות) שלו.

במקרה של מידע מלא:

עבור הרפימה הראשונה:

$$\max_{q_1} (a - (q_1 + q_2)) q_1 - c_H q_1$$

ולכן best response עבור q_2 כלשהו:

$$\text{BR}_1(q_2) = \frac{a - q_2 - c_H}{2}$$

עבור הפירמה השניה:

$$\max_{q_2} \left(a - (q_1 + q_2)\right) q_2 - c_j q_2$$

$$\mathrm{BR}_2\left(q_q, c_L\right) = \frac{a - q_1 - c_L}{2}$$

$$\mathrm{BR}_2\left(q_q, c_H\right) = \frac{a - q_1 - c_H}{2}$$

במקרה של complete information הequilibrium מאוד ברור, כי אפשר פשוט להציב בנוסחאות.

במקרה של מידע חלקי

עבור פירמה 2 נשארים עם:

$$\max_{q_2} \left(a - (q_1 + q_2)\right) q_2 - c_j q_2$$

$$\mathrm{BR}_2\left(q_q, c_L\right) = \frac{a - q_1 - c_L}{2}$$

$$\mathrm{BR}_2\left(q_q, c_H\right) = \frac{a - q_1 - c_H}{2}$$

פירמה 1 צריכה להתחיל לחשב הסתברויות:

$$\mu \left\{\left[a - \left(q_1 + q_2\left(c_L\right)\right)\right] q_1 - c_H q_1\right\} + (1-\mu)\left\{\left[a - \left(q_1 + q_2\left(c_H\right)\right)\right] q_1 - c_H q_1\right\}$$

$$\mathrm{BR}_1\left(q_2\left(c_L\right), q_2\left(c_H\right)\right) = \frac{a - \left[\mu q_2\left(c_L\right) + (1-\mu) q_2\left(c_H\right)\right] - c_H}{2}$$

אז מה עדיף?

יוצא שעבור ערכים מסויימים, עדיף לשחקן הראשון שיהיה לו מידע חלקי - כי זה משפיע על הבחירה של השחקן השני.

אם הצד השני לא יודע אם אספנו מידע או לא אז תמיד עדיף שיהיה לנו מידע. אם הצד השני יודע - לא תמיד.

סיכום

- כל משחק עם incomplete information אפשר לתאר באמצעות טיפוסים(types) של כל אחד מהשחקנים ואמונות(believes) לגבי הטיפוסים.
- כל שחקן מחשב את הExpected Utility לפי האמונה שלו לגבי מה שהצד השני יעשה - כלומר בתלות באמונה שלו לגבי הטיפוס של השחקן השני.