

תרגיל 3 אינפי 2 מדמ"ח

שאלה 1 תהא $f(x)$ פונקציה אינטגרבילית בקטע $[a, b]$. הראנו כי גם $|f(x)|$ אינטגרבילית

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

. הוכיחו כי מתקיים

שאלה 2 תהא $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ פונקציה אינטגרבילית בכל קטע סופי, ומחזורית עם מחזור

$T > 0$ (כלמור $f(x+T) = f(x)$ לכל $x \in \mathbb{R}$). הוכיחו שהאינטגרל $I(a) = \int_a^{a+T} f(x) dx$ אינו

תלוי ב- a . (הדרכה: על ידי החלפת משתנים, הזזה ב- T , ושימוש בנתון ש- f מחזורית נקבל שלכל מספר שלם $n \in \mathbb{Z}$ מתקיים:

$$I(0) = \int_0^T f(x) dx = \int_T^{2T} f(x) dx = \dots = \int_{nT}^{(n+1)T} f(x) dx$$

הוכיחו כי $I(a) = I(0)$.

שאלה 3 חשבו את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

1. $\int \frac{\cos x}{10 + \sin x} dx$

2. $\int \frac{dx}{1 + e^x}$

3. $\int \ln x dx$

4. $\int x^2 \ln x dx$

5. $\int \frac{\tan^5 x}{\cos^2 x} dx$

6. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{1 + 2x}}$ (רמז: שיטת ההצבה).

7. $\int e^{\alpha x} \cos \beta x dx$, $\alpha \neq 0$

8. $\int \arctan x dx$ (רמז: אינטגרציה בחלקים).

9. $\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$

10. $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$

$$.11 \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$$

$$.12 \int x^6 \sqrt{2x+3} dx \text{ (רמז: שיטת ההצבה)}$$