טענה: תהי $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרה. נניח ש $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$ מתכנסת ל L ו $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}$ מתכנסת ל M. אזי ל $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ אין גבולות חלקיים נוספים.

פתרון: תהי סדרה חלקית $\{a_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ המתכנסת ל T. נוכיח שבהכרח $T=L$ או $T=M$.

בתוך קבוצת האינדקסים $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ יש בהכרח אינסוף איברים זוגיים או אינסוף איברים איזוגיים. אכן, אחרת מספר האינדקסים הזוגיים הוא סופי וכן מספר האינדקסים האי זוגים הוא סופי. אבל אז נקבל שהקבוצה $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ סופית. מכיון שעפ"י הגדרת תת סדרה כל האיברים ב $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ שונים אז ברור שיש בה אינסוף איברים. נמשיך כעת לפי המצבים האפשריים:

א) ב $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ יש אינסוף איברים זוגיים. ברור שיש ל $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ תת סדרה $\{n_{k_l}\}_{l=1}^{\infty}$ שכל איבריה זוגיים. מתקיים $\{a_{n_{k_l}}\}_{l=1}^{\infty}$ תת סדרה של $\{a_{n_k}\}_{k=1}^{\infty}$ ולכן $\lim\limits_{l\to\infty} a_{n_{k_l}} = \lim\limits_{k\to\infty} a_{n_k} = T$. מצד שני ברור ש $\{a_{n_{k_l}}\}_{l=1}^{\infty}$ תת סדרה של $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$ ולכן $\lim\limits_{l\to\infty} a_{n_{k_l}} = L$. מיחידות הגבול נקבל ש $T=L$.

ב) ב $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ יש אינסוף איברים אי זוגיים. תהליך דומה לסעיף א יוביל למסקנה $T=M$.

מסקנות:1) מההוכחה קל לראות שאם $L\neq M$ אז כל תת סדרה שבה אינסוף איברים מהמקומות הזוגיים וגם אינסוף איברים מהמקומות האי זוגיים תתבדר. (כי לפי מה שתיארנו קודם היא צריכה להתכנס גם ל L וגם ל M וזה בלתי אפשרי).

2) אם בסדרה $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, סדרת הזוגיים מתכנסת לגבול L ו סדרת האי זוגים מתכנסת לגבול M אז לסדרה בדיוק שני גבולות חלקיים אם $L\neq M$. לסדרה גבול חלקי יחיד והיא מתכנסת אם $L=M$.