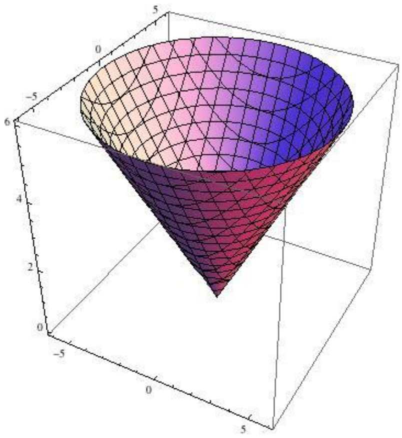
פתרון תרגיל 4

.1

א. פרמטריזציה: $r(u,v)=(u\cos v,u\sin v,u)\ \ 0<u<6, 0\le v<2\pi$

סקיצה:



ב. נורמל בנקודה $(1,0,1)$ הוא (למשל) $\vec{n}=(2,0,-2)$. ניתן לבחור אינסוף בסיסים עבור המרחב המשיק (למשל שני וקטורי הנגזרות החלקיות). הנורמל יהיה מאונך לכל בחירה שכזו.

ג. $x-z=0$

.2

א. $t\in\mathbb{R}$ $\gamma(t)=(t,t^2)$. הוקטור המשיק בנקודה $(2,4)$ הוא $\gamma'(2)=(1,4)$ השיפוע של המשיק הוא $m=\frac{4}{1}=4$. נוכל לבנות את משוואת המשיק בעזרת נקודה ושיפוע: $y-4=4(x-2)$. ניתן לפשט ולקבל $y=4x-4$

ב. הנגזרת הרגילה גם כן נותנת את השיפוע $m=\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2}=4$, ובעזרת הנקודה ניתן להגיע לאותה המשוואה.

ג. פרמטריזציה המשרה אוריאנטצייה זהה: $\tilde{\gamma}(u)=(2u,4u^2)$ ופרמטריזציה המשרה אוריאנטציה הפוכה: $\hat{\gamma}(v)=(-v,v^2)$. ניתן לוודא זאת בעזרת חישוב הנגזרות $\frac{dt}{du}=2>0, \frac{dt}{dv}=-1<0$

.3

א. מטריצת יעקובי היא $J=\begin{pmatrix}-2x & -2y & 2z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, והיא תמיד מדרגה מקסימלית (2), שכן לא ייתכן ש x,y יהיו אפס יחדיו.

ב. $t,u\in[0,2\pi)\ \ \gamma(t)=(6\cos(t),6\sin(t),6), \tilde{\gamma}(u)=(6\cos(u),-6\sin(u),6)$

4. ניתן להביע את a_1,a_2 כצ"ל של b_1,b_2 (או להפך) ולהראות שדטרמיננטת מטריצת המעבר היא עם סימן מתאים.

א. לא

ב. כן