לינארית 2 - מטלה 3 - העתקות לינאריות

תאריך הגשה: $9 - 11.4.2018$ כל אחד בקבוצת תרגול שלו.

הנחיות:
בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים:

1. **מספר תרגיל**
2. **שם מלא**
3. **ת.ז**
4. **מספר קבוצת תרגול שאליה אתם מגיעים.**

תרגיל 1. עבור הסעיפים הבאים מצא את המטריצה המייצגת, וודא שתשובתך נכונה בעזרת בדיקת השיווין

$$[T(v)]_{B_2} = [T]_{B_2}^{B_1} [v]_{B_1}$$

עבור $v \in V$ המקיים

$$[v]_{B_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

.

1. תהי $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}^2$ המוגדרת על ידי

$$T\left(a + bx + cx^2\right) = \begin{pmatrix} a+b \\ b+c \end{pmatrix}$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1 = \left\{1, 1+x, 1+x+x^2\right\}$$

ו-

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

2. תהי $T : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}_2[x]$ המוגדרת על ידי

$$T\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = a + (b+d)x + (c+a)x^2$$

מצאו את $[T]_{B_2}^{B_1}$ עבור

$$B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

ו-

$$B_2 = \left\{1, 1+x, 1+x+x^2\right\}$$

תרגיל 2. תהי $T:V\to V$ העתקה לינארית הפיכה ו-B_1,B_2 בסיסים ל-V הוכח שמתקיים

$$\left[T^{-1}\right]_{B_2}^{B_1}=\left([T]_{B_1}^{B_2}\right)^{-1}$$

רמז : .

$$[T\circ S]_{B_1}^{B_3}=[T]_{B_1}^{B_2}\,[S]_{B_2}^{B_3}$$

תרגיל 3. היו $S,T:V\to W$ העתקות לינאריות, ו-$\{v_1,\dots,v_n\}$ בסיס ל-V. נתון ש-$\forall i:\ T(v_i)=S(v_i)$ הוכח ש-$T=S$.

תרגיל 4. תהי $T:\mathbb{F}^{n\times m}\to\mathbb{F}^{m\times n}$ מוגדרת על ידי $T(A)=A^T$ הוכיחו ש-

1. T העתקה לינארית.
2. T על וחח"ע .
3. היות ו-Tחח"ע ועל היא הפיכה, מצא את T^{-1}.

תרגיל 5. תהי $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ העתקה לינארית המוגדרת על ידי $T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y\\y+z\\2x-2z\end{pmatrix}$ מצא את בסיס לגרעין ולתמונה של T בעזרת מטריצה מייצגת.

תרגיל 6. (שאלת בונוס- מי שחושב שירדו לו נקודות על שאלות קודמות מוזמן להשלים נקודות כאן) נגדיר

$$P\left(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2\right)=\left\{T\in Hom\left(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2\right)\mid\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\in Ker\,(T)\right\}$$

הוכח ש$P\left(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2\right)$ הוא תת מרחב של $Hom\left(\mathbb{R}^3,\mathbb{R}^2\right)$

בהצלחה!!