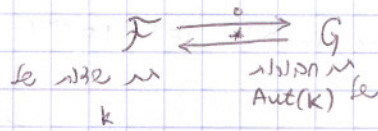
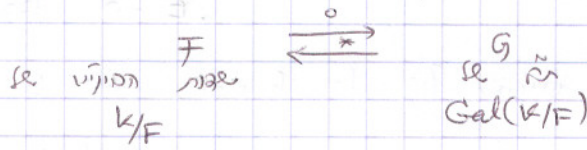


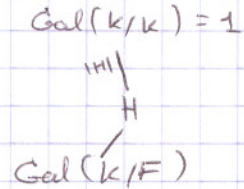
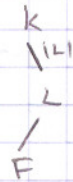
6 on תורת גלואה - גלואה מורפיה



: תורת גלואה מורפיה ל-  $F, G$  מורפיה מורפיה



תורת גלואה



$[k:L]$

$H_1 = H_2 \iff |H_1| = |H_2| \iff |H_1| \leq |H_2| \iff H_1 \leq H_2$

$L_1 = L_2 \iff [L_2:F] = [L_1:F] \iff [L_2:F] \leq [L_1:F] \iff F \leq L_1 \leq L_2 \leq k$

$k^G \xrightarrow{G} k = |Gal(k/F)| \leq [k:F]$

תורת גלואה

$|F^G| \leq |F|$

תורת גלואה

גלואה מורפיה $k$ מורפיה	$k = \mathbb{C}[x_1, \dots, x_n]$
$F$ מורפיה מורפיה	$ $
$L'$ מורפיה מורפיה	$L'$
$F$ מורפיה מורפיה	$ $
$L'$ מורפיה $P(x) \in \mathbb{C}[x]$	$L$

$F \leq L \leq k$

מורפיה מורפיה מורפיה מורפיה

מורפיה מורפיה מורפיה מורפיה

מורפיה מורפיה מורפיה מורפיה

$H \leq Gal(k/F)$  מורפיה מורפיה

$k^H = \{x \in k \mid \forall \sigma \in H, \sigma(x) = x\}$

$F \leq k^H \leq k$

$|F^G| = |F|$  מורפיה מורפיה מורפיה מורפיה

$F^{G^*} = F$

מורפיה מורפיה מורפיה מורפיה

$[k^{Gal(k/F)} = F]$

$F \leq F^{G^*}$

מורפיה מורפיה

$F^{G^{**}} = F^G$

$|F| \geq |F^{G^*}|$

הצגה: אומר:  $\alpha$  יוגדר כסדרות

הן  $k$ -על  $k$  הוא שדה הריבוע

$$k \text{ Gal}(K/F) = F$$

$$|F| \geq |F^{\alpha}|$$

כל

$$\textcircled{2} |F^0| = |F^{\alpha}|$$

$$F^{\alpha} = F$$

כמו כן  $F \subseteq$  התהליך ולכן

$$|F| = |F^{\alpha}|$$

כלומר

המקומות

הם  $a \in E$  או  $a \in F$ , הפונקציה המקומות

האלקטריקה

הצגות: ההרחבה  $E/F$  נכונות  $E \sqrt{F}$

של  $E$  ופונקציה  $\alpha$  ב- $E$ .

(הנני אומרים  $E$  מעט בעטעו של  $F$  מקומות של איברי  $E$ )

הצגות: ההרחבה  $E/F$  סבביות עם הפונקציה המקומות של  $E$  איברי

$a \in E$  הוא סבביות.

ישירות אומרים את  $F$  מקומות  $F \neq C$

הצגה: דאקו  $\alpha$  הם סבביות

הצגות: ההרחבה נכונות וסבביות מקומות נכונות נכונות

משפט: המקומות הסגול של ההרחבה  $K/F$  מקומות

(1)  $K/F$  ההרחבה נכונות

(2)  $K$  הוא שדה פירוט של  $F$  סבביות מה  $F$ .

(3)  $F = K^G$  צדקה  $\Leftarrow$  תהליך אומר כלשהו.

הכחיות:

(1)  $\Leftarrow$  (2)  $\Leftarrow$  (3)

$S = \{a_1, \dots, a_n\}$  (קבוצה יוצרים של

$\alpha_i$ ,  $a_i$  הפונקציה המקומות של  $F$  סבביות)

$\{f_1, \dots, f_n\}$  הפונקציה המקומות בהמשך  $F$  סבביות

אם  $f_i$  מקומות  $F$  סבביות  $F$  סבביות

אם  $f_i$  מקומות  $F$  סבביות  $F$  סבביות

$f$  מקומות  $F$  סבביות  $F$  סבביות

$F = K^{\text{Gal}(K/F)}$   $F = K^{\text{Gal}(K/F)}$   $F = K^{\text{Gal}(K/F)}$

$$F = K^{\text{Gal}(K/F)}$$

כונות  $(3) = (2)$

$$\nu: (3) \Leftarrow (2) \Leftarrow (1)$$

(1)  $\Leftarrow$  (2)  $\Leftarrow$  (3)  $\Leftarrow$  (1)  $\Leftarrow$  (2)  $\Leftarrow$  (3)

$$f - \alpha \int B$$

$k$ - $F$  הפונקציה המקומות של  $F$  סבביות  $F$  סבביות  $F$  סבביות

$$g(x) = \prod_{i=1}^t (x - a_i) \quad \text{פולינום ממונה}$$

$g \mid f$  - כלומר

$a_1, \dots, a_t$  - אגפים של  $g$  הן אגפים של  $f$

$$g(x) = \sum_{k=0}^t (-1)^k \cdot (\sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k} a_{i_1} \dots a_{i_k}) \cdot x^{t-k}$$

כל  $f$  של מדרג  $t$   $\Delta(a_1, \dots, \Delta(a_t))$  (אגפים)  $\Delta \in G$  יהי

$$\text{אגפים של } \Delta \text{ - כלומר } \{\Delta(a_1), \dots, \Delta(a_t)\} = \{a_1, \dots, a_t\}$$

$g$  של מדרג  $t$

$$g \in K[x] \quad \text{אגפים של } K[x]$$

$$g \in K^G[x] = F[x] \quad \Leftarrow$$

$$t = \deg g = \deg f$$

$\Leftarrow g = f$  כלומר  $f$  הוא פולינום ממונה

כל  $f$  של מדרג  $t$  (אגפים)

$$\text{Gal}(K/F) = [K:F] \iff K^{\text{Gal}(K/F)} = F \iff \text{אגפים של } K/F \text{ (אגפים)}$$

המשפט היסודי של גלואה:  $[K:F] = |\text{Gal}(K/F)|$

$$\begin{aligned} K^{\text{Gal}(K/F)} &= F & \Leftarrow |\text{Gal}(K/F)| &= [K:F] \\ F^{\text{Gal}(K/F)} &= F & \Leftarrow |F^{\text{Gal}(K/F)}| &= |F| \end{aligned}$$

המשפט (2)  $\Leftarrow$  (3) + כלומר, אגפים של  $K$   $F^{\text{Gal}(K/F)}$  - כלומר

$$|F^{\text{Gal}(K/F)}| = |F| \quad \text{כלומר, אגפים של } F^{\text{Gal}(K/F)}$$

$$|F^{\text{Gal}(K/F)}| = |F| \quad \text{כלומר, אגפים של } F^{\text{Gal}(K/F)}$$

$$|F^{\text{Gal}(K/F)}| = |F| \quad \text{כלומר, אגפים של } F^{\text{Gal}(K/F)}$$

משפט 1.10

$$H \leq \text{Gal}(K/F) \iff$$

$$|L| = [K:L] \quad L \leq K$$

$$|H| \leq |H^{\text{Gal}(K/F)}| = |H|$$

כלומר, אגפים של  $H^{\text{Gal}(K/F)}$  (2)  $\Leftarrow$  (3)  $H = L^{\text{Gal}(K/F)}$

$$|L^{\text{Gal}(K/F)}| = |L| \iff |L^{\text{Gal}(K/F)}| \leq |L| \iff L \leq L^{\text{Gal}(K/F)}$$

כלומר,  $L$  אגפים של  $L^{\text{Gal}(K/F)}$

$F = \mathbb{Q}$   $f_N$   $K = \mathbb{Q}[\sqrt[3]{2}]$   $:\mathbb{D}N \geq 3$

$F^0 = 1$

$1 = |F^0| < |F| = 3$

העובדה שהתורה  $\sqrt[3]{2}$  אינה ניתנת, מובילה לכך שיש  $\leftarrow$

בסיס של  $K$  מעל  $F$  (התורה  $\leftarrow$ )

$F = K^G$   $n = 3$

$End_F(K) = Hom(K, K) \cong M_n(F)$	
$\sigma \in End_F(K)$	$\sigma \in Gal(K/F)$
$\sigma(a+b) = \sigma(a) + \sigma(b)$	שומר
$\sigma(da) = d\sigma(a)$	$\sigma(ab) = \sigma(a)\sigma(b)$
	$\sigma(d) = d$
	$d \in F$ $\forall$

$K$   $\cong$   $G \subseteq End_F(K)$

( $G$  תת-קבוצה)

$\sigma \in K$   $\exists$   $\sigma \in End_F(K)$   
 $(\sigma T)(x) = \sigma(T(x))$

$\exists$   $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in K$   $\forall \sigma \in G$   $\sigma(\alpha_i) = \alpha_i$

מקבלים  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in K$

$\forall x \in K: \sum \alpha_i \sigma_i(x) = 0$

$\alpha_1 = \dots = \alpha_n = 0$   $\exists$

התורה:  $\exists$   $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in K$   $\forall \sigma \in G$   $\sigma(\alpha_i) = \alpha_i$

אם  $\alpha_1 = 0$   $\forall \sigma \in G$   $\sigma(\alpha_1) = \alpha_1 = 0$   $\forall \sigma \in G$

$\alpha_2 \neq 0$   $\forall \sigma \in G$   $\sigma(\alpha_2) = \alpha_2$

$\alpha_2(t) \neq t$   $\exists t \in K$   $\alpha_2(t) \neq t$

$\sum \alpha_i \sigma_i(t) \delta_i(x) = 0$   $\xrightarrow{x \rightarrow tx}$   $\sum \alpha_i \delta_i(x) = 0$

$\sum \alpha_i t \delta_i(x) = 0$

$\sum \alpha_i (\delta_i(t) - t) \delta_i = 0$

התורה:  $\exists$   $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in K$   $\forall \sigma \in G$   $\sigma(\alpha_i) = \alpha_i$

$|G| \leq [K : K^G] \iff$

(...as  $\alpha_i \neq 0$   $|G| \leq |G^*|$ )