תרגיל 9

1. יהא $\mathbb{R}^n$ עם המכפלה הסקלארית. ויהא $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ בסיס או"נ. נגדיר מטריצה $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ כך: עמודה j של המטריצה P הוא הוקטור v_j. כלומר $P = \begin{pmatrix} | & & | \\ v_1 & \cdots & v_n \\ | & & | \end{pmatrix}$.

   (א) הוכיחו כי $P^tP = I$

   (ב) הוכיחו $det(P) \in \{\pm 1\}$

2. נגדיר $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ כך

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 2x + y + 3z$$

ונגדיר קבוצה $\mathbb{R}^3 \supseteq \left\{v \in \mathbb{R}^3 : \|v\| = 1\right\} = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\right\} = S$ (כאשר $\|v\|$ היא הנורמה המשורית מהמכפלה הסקלארית). מצאו

$$\max_{v \in S} f(v)$$

כלומר את הערך המקס' ש f מקבלת עבור קלטים מ S. [רמז: אי שיוויון קושי שוורץ, שימו לב כי $f(v) = \left\langle v, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$]

3. ב $\mathbb{R}^4$ עם המכפלה הסקלארית נגדיר $W = span\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right\}$. מצאו בעזרת גרם שמידט בסיס אורתונורמאלי ל W.

בהצלחה! ☺