

חשבון אינפי 1

תרגיל 8

1. הוכיחו ע"פ הגדרה:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3}{2} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 5) = 8 \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1-x}} = 0 \quad (\text{ד})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+1}{(x-1)^2} = \infty \quad (\text{ה})$$

2. הוכיחו כי $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+3} \neq 1$.

3. הוכיחו כי הגבולות הבאים אינם קיימים:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x \quad (\text{ב})$$

4. הוכיחו כי אם קיים הגבול $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, ואם קיימת סביבה של x_0 אשר בה $f(x) \leq M$, אזי $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq M$.

5. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4}{3x^2+x-2} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)(2x+3)(4x-1)+3}{x} \quad (\text{ב})$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^2-2x-1}{4x^2-8x+3} \quad (\text{ג})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} - \frac{2}{1-\sqrt[3]{x}} \right) \quad (\text{ד})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{1+3x} \quad (\text{ה})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x \quad (\text{ו})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}} \quad (\text{ז})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] \quad (\text{ח})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x-2}} \quad (\text{ט})$$

6. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2-9}}{|3-x|} \quad (\text{א})$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1-x^3} \quad (\text{ב})$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x > 2 \\ x/2, & x < 2 \end{cases} \quad \text{כאשר } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \quad (\text{ג})$$

בהצלחה!