

בדידה 1 - תרגיל 6

5 בינואר 2017

1. יהי $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (3, 1), (2, 2)\}$
א. האם עבור $A = \{1, 2\}$ ו $B = \{1, 2, 3\}$, $R = A \times B$? הסבירו.
ב. במידה ואין שיוויון בסעיף א', האם קיימות קבוצות A ו B כך שמתקיים $R = A \times B$? אם כן, כתבו אותן.

2. הוכח או הפרד:

$$\begin{aligned} \text{א. } & A \times (B \cup C) \subseteq (A \times B) \cup (A \times C) \\ \text{ב. } & A \times (B \cup C) \supseteq (A \times B) \cup (A \times C) \end{aligned}$$

3. הוכח או הפרד:

$$\begin{aligned} \text{א. } & (A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D) \\ \text{ב. } & (A \times B) \cup (C \times D) \supseteq (A \cup C) \times (B \cup D) \end{aligned}$$

4. הוכח כי לכל קבוצה A ואוסף קבוצות $\{B_i\}_{i \in I}$ מתקיים:

$$A \times \left(\bigcap_{i \in I} B_i \right) = \bigcap_{i \in I} (A \times B_i)$$

5. א. הוכח כי $\{(a, c), (a, d)\} = \{(a, b), (c, d)\} \iff [(a = c) \wedge (b = d)]$
הערה: זהו תרגיל המראה כי ניתן להגדיר זוג סדור ע"י קבוצות בלבד: $(a, b) := \{\{a\}, \{a, b\}\}$
ב. מצא דוגמא כך ש: $\{(a, b), (c, d)\} = \{(a, b)\}$ אבל **לא מתקיים** $[(a = c) \wedge (b = d)]$.
(כלומר, זו אינה הגדרה טובה לזוג סדור)

6. יהיו $A = \{1, 2\} = B, C = \{3, 4\}$ ונגדיר את היחסים הבאים: $R \subseteq A \times B$,
כך: $S \subseteq B \times C$

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2)\}, S = \{(2, 3), (1, 4)\}$$

א. חשבו את $R^{-1}, S^{-1}, S \circ R \subseteq A \times C$
ב. חשבו $S^{-1} \circ S, R^{-1} \circ R$ וצינו אם התוצאה היא יחס הזהות, יחס הזהות מוכל בה, היא מוכלת ביחס הזהות, או ששום מקרה לא מתקיים.
ג. מצאו קבוצות D_i ויחסים $T_i \subseteq D_i \times D_i$ כך שהתוצאה של $T_i^{-1} \circ T_i$ היא:

*יחס הזהות, *הזהות מוכלת בתוצאה אך לא שווה, *התוצאה מוכלת בזהות ולא שווה,
*אין הכלה באף כיוון.
אין צורך לחזור על מקרים שהופיעו בסעיף ב.