

מבני נתונים ואלגוריתמים – תרגיל 5

שאלה 1

יש רשימה של n משימות שצריכות להתבצע. משימה i דורשת t_i דקות כדי לבצע אותה. בנוסף יש m תלויות בין המשימות. כל התלויות הן מהצורה "משימה i חייבת להתבצע לאחר משימה j ". תלות כזו תיוצג ע"י הזוג (i, j) . ניתן להניח כי אין סתירה בין התלויות.

כתבו אלגוריתם המקבל את n , את הזמנים $\{t_i\}_{i=1}^n$ ואת התלויות $\{(i_k, j_k)\}_{k=1}^m$ ומחזיר את הזמן המינימלי הדרוש לביצוע כל המשימות (כאשר לרשותכם כוח אדם ללא הגבלה). זמן הריצה חייב להיות פולינומיאלי ב- n, m . הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

לדוגמא: אם יש חמש משימות

1. לפרוש מפה על השולחן – 2 דקות
2. לשים צלחות על השולחן – 5 דקות
3. לשים כוסות וסכ"ם על השולחן – 6 דקות
4. לבשל אוכל – 20 דקות
5. לשים את האוכל על הצלחת – 3 דקות

והתלויות הן: 2 אחרי 1, 3 אחרי 1, 5 אחרי 4, 5 אחרי 2.

אז הזמן המינימלי הדרוש הוא 23 דקות – מתחילים לעשות את 4 (20 דקות) ובמקביל עושים את 1 (2 דקות) ואח"כ את 3 (6 דקות) ו-2 (5 דקות) בו זמנית. לבסוף עושים את 5 (3 דקות).

שאלה 2

נתון גרף מכון $G = (V, E)$ בו הקשתות צבועות ב-3 צבעים: אדום כחול וירוק.

1. כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים כך שכל שת קשתות סמוכות במסלול הן בצבעים שונים.
2. כתבו אלגוריתם המקבל שני קודקודים ומכריע האם יש מסלול בין הקודקודים העובר דרך קשתות מכל הצבעים.

על האלגוריתמים לרוץ ב- $O(|V| + |E|)$ פעולות. הוכיחו את נכונות האלגוריתמים.

שאלה 3

יהי $G = (V, E)$ גרף. מסלול המילטון ב- G הוא מסלול $v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow \dots \rightarrow v_k$ בו מופיע כל צומת בגרף בדיוק פעם אחת. כתבו אלגוריתם המקבל גרף מכון ללא מעגלים ומכריע האם יש לו מסלול המילטון. על האלגוריתם לרוץ ב- $O(|V| + |E|)$ פעולות. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

הערה: כאשר לא מניחים שאין מעגלים בגרף, לא ידוע אם אפשר למצוא מסלול המילטון בזמן פולינומיאלי.