

מועד ב' – אינפי 1 למדעי המחשב – 89-132

מרצה: דר' ארז שיינר הוראות: משקל כל שאלה 22 נק' משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^2)}{\ln(\cos(x))} \quad \text{א.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{e^{2x} + e^x} - e^x \quad \text{ב.} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{\ln(n)} \quad \text{ג.}$$

2. קבעו לכל אחד מן הטורים הבאים אם הוא מתכנס בהחלט, בתנאי או מתבדר:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)n^2}{n!} \quad \text{א.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{(-1)^n}{n^3}\right) \quad \text{ב.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+(-1)^n n}{n^2} \quad \text{ג.}$$

3. תהי סדרה חיובית $a_n > 0$ המקיימת לכל $n \in \mathbb{N}$ כי $a_n^2 < a_n - a_{n+1}$

א. הוכיחו כי הסדרה מתכנסת לגבול סופי

ב. הוכיחו כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $a_n < \frac{1}{n}$, וחשבו את גבול הסדרה a_n

4. תהי פונקציה f רציפה בקטע $[0,1]$, כך ש $f(1) > 1$.

א. הוכיחו או הפריכו: אם $f(0) < 1$ אזי קיימת נקודה $c \in [0,1]$ בה $f(c) = c$.

ב. הוכיחו או הפריכו: אם $f(0) < 0$ אזי קיימת נקודה $c \in [0,1]$ בה $f(c) = c$.

5. תהי $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ הגזירה בכל הממשיים כך שלכל $x \in \mathbb{Q}$ מתקיים $f(x) < x$.

א. הוכיחו או הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) < x$

ב. הוכיחו או הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f'(x) < 1$