

מתמטיקה בדידה להנדסה 2 (83118) תשובות למבחן מועד א'

1. א. למשל: אגף ימין הוא מספר הדרכים לבחור ועדה בת n חברים (אם מתוך קבוצה של n בנות ו- n בנים. אגף שמאל, בניסוח השקול $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \binom{n}{n-i}$, הוא פילוח של מספר זה, כאשר i הוא מספר הבנות בוועדה.
ב. $n^2 \binom{2n-2}{n-1}$.
2. למשל: מספר העצים הבינריים מקיים את נוסחת הרקורסיה של מספרי קטלאן (עם תנאי ההתחלה).
3. א. $\sum_{k=0}^9 (-1)^k \binom{9}{k} (9-k)^n$
ב. $\binom{n+29}{30} - \binom{n}{1} \binom{n+19}{20} + \binom{n}{2} \binom{n+9}{10} - \binom{n}{3}$.
4. א. $a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2}$ ($n \geq 2$), תנאי התחלה $a_0 = 1, a_1 = 2, a_4 = 176$.
ב. $a_n = \frac{1}{3}(2 \cdot 4^n + (-2)^n)$, $a_{400} = \frac{1}{3}(2^{801} + 2^{400})$.
5. א. ציור.
ב. למשל: $e = 16, v = 7$, ולכן לפי נוסחת אוילר יש $f = 11$ תחומים (אם הגרף מישורי). בכל תחום יש לפחות 3 קשתות וכל קשת משותפת ל-2 תחומים, ולכן צ"ל $32 = 2e = 3f \leq 33$. סתירה.
דרך אחרת: לא מתקיים $e \leq 3(v-2)$.