

אבנר סופר
אוניברסיטת תל אביב

מבוא לפיזיקה מודרנית תורת היחסות הפרטית

הקדמה

תורת היחסות התפתחה על רקע משבר בפיזיקה:
המכניקה של ניוטון והתורה האלקטרומגנטית של מקסוול היו הצלחות גדולות והסבירו היטב
כמעט כל תופעה שנחקרה באותו זמן, כגון:

תנועת גופים

תנועת גרמי שמיים

חשמל ומגנטיות

אור

חום ותרמודינמיקה

התורה האלקטרומגנטית הראתה שמהירות האור היא פרמטר יסודי של הטבע.
אך ממכניקה היה ידוע שמהירות היא גודל יחסי שתלוי במהירותו של הצופה ביחס לגוף מסוים,
ולכן מהירות האור אינה יכולה להיות פרמטר יסודי בלתי תלוי בצופה.
נסיונות שונים ליישב את הסתירה הזו לא עמדו במבחן הנסיון, ורק תורת היחסות הצליחה בכך,
תוך שהיא מבינה לשינוי פרדיגמה עמוק בהבנת מרחב, זמן, ואנרגיה.

תורת היחסות הפרטית (Special theory of relativity), שאת עיקרה פיתח איינשטיין במאמר
מפורסם משנת 1905, עוסקת רק במקרה הפרטי של מערכות ייחוס אינרציוליות, שהן מערכות
ייחוס שלא פועל עליהן כל כוח.

כעשור לאחר מכן פרסם את תורת היחסות הכללית, שעוסקת במערכות ייחוס מאיצות
ובגרביטציה.

אנו נלמד רק את התורה הפרטית בקורס זה.

עקרון היחסות של גליליי

מערכות ייחוס במכניקה ניוטונית

תאור ארוע פיזיקלי דורש את ציון המיקום והזמן של הארוע ביחס למערכת ייחוס (reference frame).

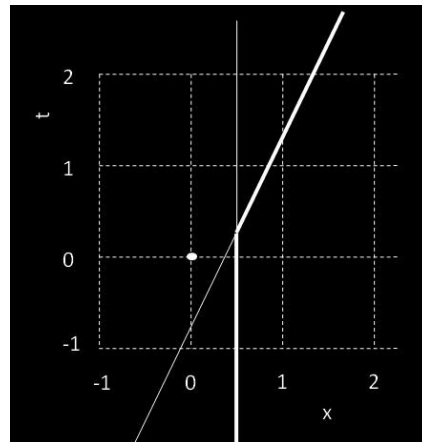
ניתן לבנות מערכת ייחוס באמצעות מוטות זהים ושעונים זהים. נצמיד המוטות זה לזה ונשווה את אורכיהם כדי לוודא שהם זהים, ואז נעבירם למקומותיהם. כמו כן, נסנכרן את השעונים לאותה שעה ואז נעבירם למקומותיהם (סינכרון באמצעות הסעה).

דיאגרמות מרחב-זמן

בהנתן מערכת ייחוס מסוימת, נוח לתאר את מוקומו או את מסלול תנועתו של חלקיק באמצעות דיאגרמת מרחב-זמן לפי הקוורדינטות של אותה מערכת ייחוס. נהוג לקחת את ציר הזמן (t) להיות אנכי ואת ציר המרחק (x) להיות אופקי. נקודה (t, x) בדיאגרמה היא ארוע המתרחש במקום מסוים ובזמן מסוים. לארוע $(0, 0)$ נקרא הראשית. מסלול החלקיק נקרא קו העולם (world line) שלו. למשל:

- לחלקיק ניח קו עולם מקביל לציר הזמן.
- לחלקיק הנע במהירות קבועה קו עולם ישר ואלכסוני.
- לחלקיק הנע בתאוצה קבועה קו עולם פרבולי ("שוכב").

- התנגשות בין חלקיק נייח וחלקיק נע במהירות קבועה (בעלי אותה מסה לשם פשטות).



שימו לב להנחה של חוקי ניוטון בציור:

- החוק הראשון לפני ההתנגשות: הקווים ישרים.
- החוק השלישי אחרי ההתנגשות: מאחר שהמסות שוות, שינויי המהירויות שווים והפוכים.
- מסה על קפיץ – תנועה סינוסואידלית כפונקציה של הזמן.
 - התנועה נובעת מהחוק השני של ניוטון.
- וכו'

ניתן גם לתאר תנועה דו-מימדית בצורה זו (למשל, לחלקיק הנע במעגל קו עולם ספירלי). אך בד"כ נתבונן בתנועה חד-מימדית, גם כי זה יספיק לצרכנו וגם בשל מגבלות הציור על מישור.

מערכת אינרציאלית

בדיאגרמות המרחב-זמן שציירנו יישמנו למעשה את שלושת חוקי ניוטון. חוקים אלה, ובמיוחד החוק השני, אינם עובדים במערכת מאיצה. למשל, במערכת מסתובבת נמצא $F \neq ma$, כי חלקיק חופשי – שלא פועלים עליו כוחות – מאיץ לפי תאוצת קוריוליס והתאוצה הצנטריפוגלית כאשר מתבוננים בו במערכת זו.

אז שימושי לתת הגדרה מיוחדת למערכות בהן מתקיים החוק השני של ניוטון:



מערכת אינרציאלית היא מערכת ייחוס שבה מתקיים החוק השני של ניוטון.

למעשה, ניתן לנסח את החוק השני של ניוטון כך:

קיימת מערכת ייחוס אשר בה, אם על חלקיק לא פועלים כל כוחות, אז תאוצת החלקיק היא אפס. למערכת זו קוראים מערכת אינרציאלית.

כדי לבדוק אם אנו משתמשים במערכת אינרציאלית, ניקח גוף שלא פועלים עליו כוחות ונמדוד את תאוצתו במערכת זו. אם נמצא שלגוף אין כל תאוצה במערכת זו, אז המערכת היא אינרציאלית.

מובן שבדיקה זו מחייבת הבנה של הכוחות הפועלים על גופים. אנו נניח שאנו יודעים את כל סוגי האינטראקציה בין גופים ביקום: כוחות אלקטרומגנטיים, כוחות של חיכוך, כוחות כימיים, וכו'. לכן, ע"י התבוננות בגוף ובסביבתו, נוכל לקבוע אם פועל עליו כוח. למשל, אם נראה לידו גוף אחר, נסיק שאולי פועלים ביניהם כוחות ואן דר ואלס. אם הגוף מבודד, נדע שלא פועל עליו כוח.

נשאלת השאלה, האם קיימת מערכת ייחוס אחת בלבד – מערכת מועדפת – שבה נכונים חוקי ניוטון, או שחוקי ניוטון נכונים במערכות רבות. נענה על שאלה זו בהמשך.

כעת נשאל כיצד עוברים ממערכת ייחוס אחת לשנייה?

טרנספורמציה גליליי

ניתן לחשוב על טרנספורמציות שונות בין מערכות ייחוס (לצורך פרק זה, המערכות לא חייבות להיות אינרציאליות, אבל אנו נתעניין בעיקר במערכות אינרציאליות):

- טרנסלציה – הזזה של מערכת הצירים של מערכת O' ביחס למערכת O .
- רוטציה – סיבוב של מערכת O' ביחס ל- O .

אנו נתמקד בטרנסלציות כרגע.

טרנסלציה פירושה שאם מיקומו של חלקיק ב- O נתון ע"י הוקטור \mathbf{r} , אז מיקומו ב- O' נתון ע"י

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{R}$$

כאשר \mathbf{R} הוא הוקטור המתאר את מיקום ראשית הצירים של O בקוורדינטות של O' .

אותנו תענין טרנסלציה ספציפית: טרנסלציה המשתנה בקצב קבוע בזמן, כלומר,

1. מערכת O' נעה במהירות קבועה \mathbf{V} ביחס ל- O

2. לשם פשטות נקבע את הזמן כך שראשיות הציירים של O ו- O' מתלכדות בזמן $t=0$.

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}t$$

או,

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$$

זוהי **טרנספורמצית גליליי**. במפורש עבור המימדים השונים:

$$x' = x - V_x t$$

$$y' = y - V_y t$$

$$z' = z - V_z t$$

כלל חיבור המהירויות:

נתבונן בחלקיק שבמערכת O נע במסלול כלשהו $\mathbf{r}(t)$. אז במערכת O' מסלולו הוא

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{V}t$$

מהירות החלקיק ב- O' ניתנת ע"י

$$\frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \vec{V}$$

כלומר, טרנספורמצית גליליי עבור מהירויות (נקראת גם הכלל לחיבור מהירויות) היא

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{V}$$

שימו לב: בגזירת כלל זה הנחנו שהזמן זהה בשתי המערכות:

$$t' = t$$

הנחה זו נראתה מובנת מאליה למדענים בתקופתם של גליליי וניוטון.

היא נראית לנו מובנת מאליה גם היום, משום שהיא מתקיימת בהתנסויות היום-יומיות שלנו.

לכן עלינו להרחיב את טרנספורמצית גליליי ל-

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$$

$$t' = t$$

שאלת דוגמה: הארי פוטר מסוגל לזרוק כדור קווידיץ' במהירות מקסימלית של 20 m/s . בזמן משחק האליפות, הארי זורק את הכדור אל תוך שער היריב בכל כוחו תוך כדי תעופה לעבר השער במהירות של 30 m/s . מהי מהירות הכדור עבור דראקו מאלפוי, שוער קבוצת היריב, שמרחף במנוחה לפני השער?

תשובה: ניקח את הוקטור $\mathbf{V} = (30 \text{ m/s}, 0, 0)$ להיות מהירותה של O' (פוטר) במערכת O (מאלפוי). כמו כן, נתון $\mathbf{v}' = (20 \text{ m/s}, 0, 0)$. אז $\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V} = (50 \text{ m/s}, 0, 0)$.

שימו לב שכלל חיבור המהירויות הוא וקטורי, ולכן לא רק גודל המהירות אלא גם **כיוון** יכול להשתנות. למשל:

שאלה: טיפות גשם נופלות במהירות קבועה (בשל התנגדות האויר) $\vec{v} = -3(m/s)\hat{z}$ בכיוון האנכי במערכת כדור הארץ. מהי זווית נפילתן ביחס לאנך עבור הולך רגל שמהירותו בכדור הארץ היא $\vec{V} = 2(m/s)\hat{x}$?

תשובה: נשתמש בכלל חיבור המהירויות: $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V} = -3(m/s)\hat{z} - 2(m/s)\hat{x}$.

אז $\tan \alpha = \frac{v'_x}{v'_z} = \frac{2}{3}$, כלומר $\alpha \approx 34^\circ$.

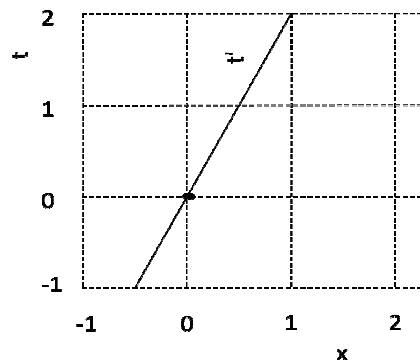
ויזואליזציה של טרנספורמציה גליליי

שאלה: נצייר את דיאגרמת המרחב-זמן של מערכת O .

מערכת O' נעה במהירות $V=0.5 \text{ m/s}$ בכיוון x ביחס למערכת O .

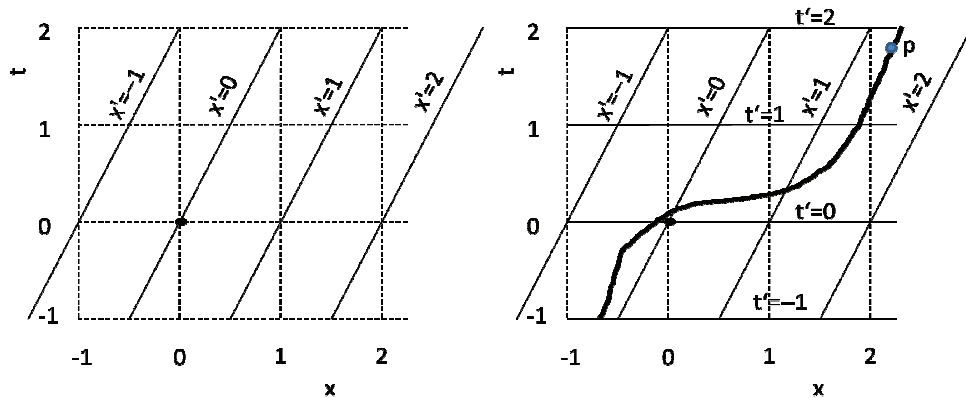
כיצד נראה קו העולם של ראשית הצירים המרחבית של O' (כלומר, $x' = 0$) במערכת O ?

תשובה: מאחר ש- $x' = x - Vt$, הקו שאנו מחפשים הוא $x = 0 + Vt$:



שאלת המשך: כיצד נראים קוי העולם של הנקודות $x' = -1, 0, 1, 2$ במערכת O ?

תשובה: אלה הקווים $x = x' + Vt$, המתוארים בציור משמאל:



בציור מימין הראינו גם את קווי הקואורדינטות של t' , שזהים לקווים של t , משום שהטרנספורמציה היא $t' = t$.

שאלה: בציור מימין מצויר קו העולם של חלקיק מסוים. P מסמלת ארוע מסוים – מעבר החלקיק

דרך המקום $x = 2.3$ בזמן $t = 1.8$. מהן הקואורדינטות של P במערכת O' ?

תשובה: $t' = t = 1.8$. קואורדינטת המרחק מתקבלת ע"י הסעת P לציר ה- t' במקביל לקווים

בעלי x' קבוע (קווים מקבילים לציר ה- t'): ניתן לראות ש- $x' \sim 1.3$. בחישוב מדויק:

$$x' = x - Vt = 2.3 - 0.5 \times 1.8 = 1.4$$

עקרון היחסות של גליליי

גליליאו גליליי, המדען האיטלקי בן המאה ה-17, היה הראשון שהבחין שחוקי המכניקה זהים לחלוטין עבור צופים בשתי מערכות המקושרות ע"י הטרנספורמציה הקרויה היום על שמו.

גליליי נזקק לתאור זה כדי להסביר למתנגדי התורה ההליוצנטרית (האומרת שכדור הארץ וכוכבי הלכת סביב סביב השמש) של קופרניקוס שהעובדה שאי אפשר להבחין בתנועת כדור הארץ אין פירושה שכדור הארץ אינו נע במהירות גדולה:

"סגור עצמך עם ידיד בחדר הגדול ביותר מתחת לסיפון אנייה גדולה,

ושים בחדר ברחשים וזכוכים ומיני בעלי כנף קטנים אחרים.

קח גם גיגית גדולה מלאה מים ובה דגים.

תלה בקבוק שממנו דולפות טיפות זו אחר זו לתוך בקבוק אחר העומד מתחתיו והוא בעל

צוואר צר.

וכשהאניה נחה, שים לב כיצד בעלי הכנף מתעופפים במהירויות דומות לעבר כל חלקי החדר, כיצד הדגים שוחים באדישות לכל הכוונים, והטיפות נופלות לתוך הבקבוק העומד. וכשאתה זורק עצם לעבר ידיך, אינך צריך לזרוק אותו ביתר כוח בכוון זה או אחר, אם המרחק ביניכם תמיד שווה, וביכלתך לקפוץ למרחק דומה לכל הכוונים. ולאחר שהבחנת בכל אלה (למרות שאיש לא יכחיש את נכונותם, כל עוד האניה עומדת במקומה), הסע את האניה בכל מהירות שתחפוץ, ובלבד שמהירותה קבועה ואינה משתנה לכוון זה או אחר. אזי לא תוכל להבחין בכל שינוי בתופעות המוזכרות, ולא תוכל בעזרתך לקבוע אם האניה נעה או עומדת במקומה!

שימו לב:

- מערכת האנייה O נעה במהירות קבועה ביחס למערכת כדור הארץ O' .
- לכן מערכות אלה מקושרות ע"י טרנספורמצית גליליי.

בחוויה היום-יומית, כדור הארץ הוא מערכת אינרציאלית. מהתאור של גליליי, שגם הוא מתאים לחוויה היום-יומית שלנו, רואים שגם האנייה היא מערכת אינרציאלית (בדיוק סביר).
לכן:

אם מערכות ייחוס O ו- O' מקושרות ע"י טרנספורמצית גליליי, ואחת מהן היא מערכת אינרציאלית, אז גם המערכת השנייה היא מערכת אינרציאלית.

מאחר שמהירות האנייה V יכולה לקבל כל ערך, נסיק מתצפיתו של גליליי שתי תוצאות:

1. קיימות אינסוף מערכות אינרציאליות.
2. אם קיימת מערכת אינרציאלית אחת מיוחדת, אז
 - אין דרך לזהות אותה באמצעות ניסויים מכניים.
 - אי אפשר לדעת אם אנו נמצאים בתנועה או במנוחה ביחס למערכת מועדפת זו.

ניתן לראות את התוצאה הראשונה מטרנספורמצית גליליי עבור תאוצות:

$$v' = v - V \quad \text{לפי הזמן:}$$

כלומר, התאוצה זהה בשתי מערכות שנעות במהירות קבועה זו ביחס לזו: $\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}$$

כך שאם ב-O מתקיים החוק השני של ניוטון ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, כלומר, O אינרציאלית), אז גם ב-O' יתקיים חוק זה ($\mathbf{F}' = m\mathbf{a}'$), כך שגם O' היא מערכת אינרציאלית.

שימו לב שהנחנו שאפשר לדעת מהם הכוחות שפועלים על גוף מתוך התבוננות באינטראקציה שלו עם הסביבה.

מהתוצאה השנייה (העובדה שאי אפשר לדעת אם אנו נמצאים בתנועה או במנוחה ביחס למערכת המועדפת, אם היא קיימת) נגזר עקרון היחסות של גליליי:

חוקי המכניקה נכונים בכל המערכות האינרציאליות

בניסוח אחר:

חוקי המכניקה אינווריאנטים (בלתי משתנים) תחת טרנספורמצית גליליי

השם "עקרון היחסות" נובע מכך שכל תנועה היא יחסית למערכת הייחוס שבה מודדים את התנועה, ואין אפשרות לדעת אם אנו בתנועה ע"י ביצוע ניסויים מכניים בתוך מערכת הייחוס. אפשר רק לקבוע אם אנו בתנועה ביחס למערכת מסוימת. למעשה, היה צריך לקרוא לזה עקרון האינוריאנטיות!

למושג האינוריאנטיות חשיבות גדולה בפיזיקה. אנו מנסחים חוקים פיזיקליים בצורה של חוקי שימור ומשתמשים בהם לפתרון בעיות שונות.

שימו לב שאין פרושו של עקרון היחסות של גליליי כי הגדלים הפיזיקליים הם אינווריאנטים. למשל: התנע של טיפת גשם בעלת מסה m במערכת כדור הארץ הוא $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$, ואילו התנע שלה במערכת הולך הרגל הוא $\mathbf{p}' = m(\mathbf{v}-\mathbf{V})$.

אבל: חוק שימור התנע בהתנגשות בין שתי טיפות מים מתקיים בשתי המערכות. במערכת כדור הארץ, התנע התחילי והסופי הם:

$$\vec{p}_i = m_1 \vec{v}_1^i + m_2 \vec{v}_2^i$$

$$\vec{p}_f = m_1 \vec{v}_1^f + m_2 \vec{v}_2^f$$

וחוק שימור התנע מבטיח כי $\vec{p}_f - \vec{p}_i = 0$ במערכת הולך הרגל,

$$\vec{p}'_i = m_1(\vec{v}_1^i - \vec{V}) + m_2(\vec{v}_2^i - \vec{V})$$

$$\vec{p}'_f = m_1(\vec{v}_1^f - \vec{V}) + m_2(\vec{v}_2^f - \vec{V})$$

נבדוק אם מתקיים שימור תנע:

$$\vec{p}'_f - \vec{p}'_i = [m_1(\vec{v}_1^f - \vec{V}) + m_2(\vec{v}_2^f - \vec{V})] - [m_1(\vec{v}_1^i - \vec{V}) + m_2(\vec{v}_2^i - \vec{V})]$$

$$= [m_1 \vec{v}_1^f + m_2 \vec{v}_2^f] - [m_1 \vec{v}_1^i + m_2 \vec{v}_2^i] = \vec{p}_f - \vec{p}_i = 0$$

אם כן, גם ב-O' מתקיים חוק שימור התנע.

שאלת בית: הוכיחו כי אם חוק שימור האנרגיה מתקיים ב-O, אז הוא גם מתקיים ב-O'.

אור

הראינו כי אי אפשר לקבוע באמצעות ניסוי מכני אם קיימת מערכת מועדפת, מהי אותה מערכת, ומהי מהירותנו ביחס לאותה המערכת. לעומת זאת, לקראת סוף המאה ה-19 נראה היה כי ניתן להשיג זאת באמצעות ניסויים עם אור. אז נראה מה היה ידוע בתקופה זו לגבי האור.

מהירות האור

גליליי:

ב-1638 הציע גליליי בספרו

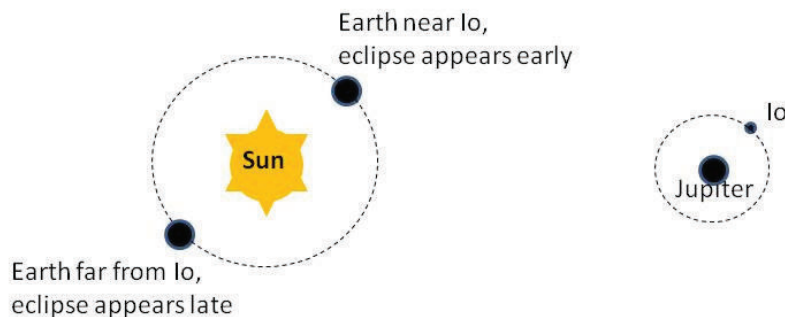
Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze

(דיונים והדגמות מתימטיות אודות שני מדעים חדשים) דרך למדוד את מהירות האור: שני צופים

על גבעות מרוחקות עם פנסים מוסתרים. האחד מגלה את פנסו ומתחיל למדוד זמן, וכשהשני רואה את האור הוא מגלה מיד את פנסו שלו. כשהראשון רואה את אור הפנס של השני הוא מפסיק את מדידת הזמן. מהירות האור היא פעמיים המרחק בין הגבעות חלקי סך כל הזמן שנמדד (פחות זמן התגובה, אם אפשר להעריכו).
הניסוי נערך בין גבעות במרחק של כמייל אחד ולא הצליח לקבוע אם מהירות האור היא סופית.

רומר:

ב-1676 ביצע האסטרונום הדני רומר (Rømer) מדידה שממנה אפשר היה לקבל את מהירות האור (אם כי הוא לא עשה זאת במפורש):
ידוע היה כי הירח איו (Io) של צדק חבוי מאחורי כוכב הלכת במשך חלק ממסלולו סביב צדק. ע"י מדידת זמן המחזור של תנועתו, אפשר היה לחזות את זמני הליקויים. אך התברר כי לעתים זמני הליקויים הקדימו או אחרו ביחס לתחזיות באופן בלתי מוסבר.
רומר הבין שכשלוך התחזיות נובע מכך שהמרחק מאיו לכדור הארץ משתנה לאורך השנה, בשל תנועת כדור הארץ סביב השמש.



למשל, נניח שתחזית זמן הליקוי מתקבלת מתוך מדידת זמן המחזור של תנועת איו כאשר כדור"א קרוב לצדק. אז כאשר כדור"א רחוק מצדק, לאור לוקח יותר זמן להגיע אל הצופה, והליקוי מאחר את התחזית.

מנתוניו של רומר אפשר היה למצוא את מהירות האור:

$$c = \frac{\text{Earth orbit diameter}}{\text{Eclipse delay}} = \frac{282,900,000 \text{ km}}{660 \text{ s}} = 214,300 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

גיושון:

ב-1687 כבר כתב ניוטון בספרו Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (העקרונות המתמטיים של מדעי הטבע) כי ידוע לאסטרונומים שאור השמש לוקח 8 דקות להגיע לכדור הארץ – מספר מדויק מזה שהיה ידוע לרומר.

ברדלי:

בתחילת המאה ה-18 ערך James Bradley מדידות מדויקות של מיקומי כוכבי השבת. הוא גילה שהכוכב γ Dra וכוכבים אחרים בסביבתו מבצעים תנועה מעגלית ברדיוס זייתי של $20.2''$ (שניית קשת = $2\pi/360/3600$, כלומר, $\sim 0.5 \times 10^{-6}$ רדיאנים) בזמן מחזור של שנה. האפקט נקרא אח"כ האברציה (סטייה, aberration) של אור הכוכבים. היה ברור כי הוא קשור בתנועת כדור הארץ, אך מאחר ש- γ Dra רחוק מאוד, רדיוס הסיבוב של כדור הארץ סביב השמש זניח ואינו יכול להשפיע עד כדי $20.2''$. ברדלי הבין כי האפקט נובע משינוי הזווית של מהירות האור שבא מהכוכב במערכת הנעה של כדור הארץ, בדיוק כפי שטיפות הגשם פגעו בהולך הרגל באלכסון. זווית הפגיעה ניתנת ע"י $10^{-4} = \frac{30 \text{ km/s}}{300,000 \text{ km/s}} \approx \tan^{-1} \frac{v_{Earth}}{c}$ (כאשר הצבנו את הערכים הידועים לנו היום), כפי שמצא ברדלי.

פיזו-פוקו:

ב-1849 הצליחו Fizeau and Foucault למדוד את מהירות האור במעבדה בדיוק של 500 km/s .

כיום:

במקום שהמטר השרירותי יהיה יחידת אורך בסיסית, הוחלט לקבוע אותו לפי מהירות האור. לכן מהירות האור בריק מוגדרת להיות $c = 299,792,458 \text{ m/s}$. בצורה זו אנו למעשה מגדירים קשר בין יחידת השנייה ויחידת המטר. למעשה, מספיקה יחידה אחת לתאר גם זמן וגם מרחק, משום שמשתמשים בקבוע c של הטבע לקשר ביניהן.

האור הוא תופעה גלית

ניוטון טען שהאור הוא חלקיקים – ע"י כך הסביר את תנועתו בקו ישר, החזרה בזווית שווה, וכו'.

לעומתו טען הויכנס (Christian Huygens) שהאור הוא גל שמתפשט בתווך בין המקור לצופה. ניסויים שונים שבוצעו באופן בלתי תלוי ע"י Young, Fresnel, Arago, הוכיחו שהאור הוא תופעה גלית.

דבר זה אינו סותר את תנועת האור בקו ישר, תופעה שמתקבלת כאשר גל בוקע מפתח רחב בהרבה מאורך הגל.

הקדמה קצרה על גלים

לצורך ענייננו, גל הוא הפרעה בתווך, המתוארת ע"י פונקציה $\psi(\mathbf{r}, t)$ במרחב ובזמן (פונקציית גל). למשל:

- גלי ים מתוארים ע"י גובה פני המים כפונקציה של המקום (ב-2 מימדים) והזמן.
- גלי קול מתוארים ע"י הלחץ כפונקציה של המקום (ב-3 מימדים) והזמן.
- בגל, קיום ההפרעה במקום מסוים גורם לה לנוע לאזור בו אינה נמצאת. למשל:
- גלי הרמת ידיים של אוהדים במשחק.
- תנועת מים ממקום גבוה למקום נמוך בגל ים.
- תנועת אוויר מאזור עם לחץ גבוה לאזור עם לחץ נמוך בגל קול.

תנועה זו אינה גורמת להתאפסות הגל משום שלמסה הנעה יש אינרציה, בדומה למה שגורם לאוסצילטור הרמוני לנוע הלך ושוב.

למעשה, אפשר לחשוב על גל כעל אוסף אוסצילטורים הרמוניים המשפיעים זה על זה.

כל התנהגות הגל נובעת מכך שהמערכת הפיזיקלית מקיימת את משוואת הגלים,

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$$

כאשר $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ו- v היא מהירות התקדמות הגל, התלויה במערכת

הפיזיקלית (כמו שתדירות האוסצילטור ההרמוני תלויה במערכת הפיזיקלית).

בכל מערכת שעבורה חוקי הפיזיקה (למשל, החוק השני של ניוטון) מביאים לקיום משוואת הגלים קיים פתרון $\psi(\mathbf{r}, t)$ שהוא פתרון של משוואת הגלים, וכפועל יוצא מכך יש לו תכונות של גל.

גלים רבים שאנו מכירים הם מחזוריים. אז מועיל להתבונן בגלים בעלי פונקציה גל מחזורית,

$$\psi(r, t) = \sin\left(2\pi \frac{r}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T}\right)$$

שנתאר אותה באמצעות פונקציה סינוס:

כאשר נתייחס ל- r כאל קואורדינטת מרחק ממקור האור, ו- T ו- λ הם פרמטרים. כדי להבין את הפונקציה, נתבונן בה בזמן $t=0$. אז לגל ישנה הצורה הבאה במרחב:

$$\psi(r, 0) = \sin\left(2\pi \frac{r}{\lambda}\right)$$

מאחר שלסינוס מחזור של 2π , הפונקציה חוזרת על עצמה כל מרחק λ , ולכן λ נקרא אורך הגל.

כדי להבין את התלות בזמן, נתבונן בנקודה $r=0$. אז כפונקציה של הזמן, הגל בנקודה זו הוא

$$\psi(0, t) = \sin\left(-2\pi \frac{t}{T}\right)$$

הפונקציה חוזרת על עצמה כל זמן T , ולכן T נקרא זמן המחזור של הגל.

נהוג להגדיר את התדירות $f = 1/T$ ואת התדירות הזוויתית $\omega = 2\pi f$.

ראינו שרק הארגומנט $\phi = \left(2\pi \frac{r}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T}\right)$ (שנקרא גם הפאזה, או המופע) של פונקציה הגל

הסינוסואידלית קובע את ערך הפונקציה במקום וזמן מסוימים.

שאלה: נתבונן בערך מסוים של הארגומנט, למשל 0 (כלומר, נעקוב אחרי נקודה בגל שבה ערך

הפונקציה הוא $\psi = \sin 0 = 0$). מהם כל הערכים של r ושל t שמקיימים $\phi = 0$?

תשובה:

$$\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T} = 0$$

$$r = t \frac{\lambda}{T}$$

כלומר, קיבלנו משוואה לינארית בין המיקום בזמן ובמרחב של הנקודה בעלת הערך הספציפי של

פונקציה הגל. אז רואים שהנקודה הזו נעה במהירות $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$. זוהי מהירות הגל v

המופיעה במשוואת הגלים.

שימו לב: v היא מהירות ההתקדמות של הגל בתווך שנושא את הגל. מובן שצופה שנע במהירות מסוימת ביחס לתווך יראה את הגל מתקדם במהירות שונה, הנתונה לפי חוק חיבור המהירויות של טרנספורמצית גליליי.

נתבונן בהפרש הפאזה בין שתי נקודות כלשהן באותו הזמן:

$$\begin{aligned}\Delta\phi &= \left(2\pi\frac{r_1}{\lambda} - 2\pi\frac{t}{T}\right) - \left(2\pi\frac{r_2}{\lambda} - 2\pi\frac{t}{T}\right) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)\end{aligned}$$

הפרש זה אינו תלוי בזמן אלא רק בהפרש המרחק של הנקודות ממקור הגל.

בצורה דומה, נמצא את הפרש הפאזה בין שני זמנים שונים באותו מקום בגל:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T}(t_1 - t_2)$$

ביטוי זה יהיה חשוב בהמשך.

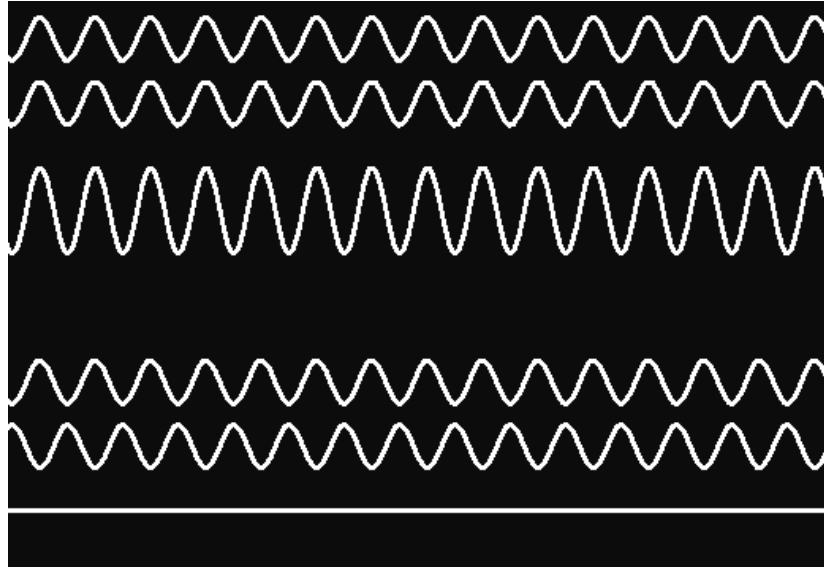
עקרון הסופרפוזיציה (הרכבה)

מאחר שמשוואת הגלים היא לינארית בפונקצית הגל ובנגזרותיה, ניתן לראות מיד שאם ψ_1 ו- ψ_2 הן פונקציות גל (כלומר, הן פתרונות של משוואת הגלים), אז גם $\psi = \psi_1 + \psi_2$ היא פונקצית גל. זהו עקרון הסופרפוזיציה.

התאבכות

הגדרה: מקורות קוהרנטיים הם מקורות של גל בעלי אותה תדירות ובעלי הפרש פאזה קבוע ביניהם.

נתבונן בסכום (סופרפוזיציה) של שני גלים שנובעים ממקורות קוהרנטיים בעלי הפרש פאזה קבוע של 0 או π . אז כפונקציה של הזמן, הגלים המורכבים והתוצאה שלהם נראים כך:



במקרה הראשון הגלים מתחברים לאמפליטודה גדולה יותר (התאבכות בונה), ובמקרה השני הם מבטלים זה את זה לאפס (התאבכות הורסת).

דרך פשוטה להשיג שני מקורות קוהרנטים היא להעביר גל מישורי דרך שני סדקים.

נשים מסך לפני הסדקים. אז בכל נקודה על המסך קיים הפרש דרך מסוים $r_1 - r_2$ בין הגל שנובע מסדק 1 והגל שנובע מסדק 2, כאשר r_1 הוא המרחק בין מקור i לנקודה על המסך. לכן קיים הפרש פאזה קבוע $\Delta\phi = 2\pi(r_1 - r_2)/\lambda$ בין שני הסדקים.

Thomas Young ביצע ניסוי זה בשנת 1803, וקיבל את תמונת פסי ההתאבכות שהוכיחה את המהות הגלית של האור (למרות שעברו עוד שנים וניסויים נוספים עד שתפיסה זו התקבלה).

שימו לב שהעיין איננה רגישה לאמפליטודה (ולכן לסימן) של פונקצית הגל. הגודל שאנו רגישים אליו הוא את עוצמת האור, שהיא פרופורציונית ל- $|\psi|^2$.

שאלה: כיצד היה נראה האור על המסך של יאנג אילו היה מורכב מחלקיקים?

שאלה: מדוע איננו מקבלים פסי התאבכות מאור שחוזר לחדר דרך שני חלונות?

תשובה: ניתן להראות כי תבנית ההתאבכות נחלשת מאוד כאשר מגדילים את רוחב הסדקים מעבר למספר פעמים אורך הגל. במצב זה מתקבל הקירוב של אופטיקה גיאומטרית, תנועת אור בקו ישר בלבד, התמונה החלקיקית.

אורך הגל של אור נראה הוא בין 0.4 ל-0.7 מיקרון. יש צורך בסדקים מסדר גודל דומה בכדי להבחין בהתאבכות.

הערה: כדי שלא להטעות את מי שבמקרה מכיר את מושג הדואליות במכניקה קוונטית: אין מדובר כאן בתמונה דואלית של גל שהוא גם חלקיק. אור בשלב זה של הידע שלנו בקורס הוא אך ורק גל. אלא שכאשר מקור האור (הסדק) רחב מאוד ביחס לאורך הגל, התנהגות הגל היא בקירוב טוב לפי כללי האופטיקה הגיאומטרית, שמתאימה לתפיסתו של ניוטון בדבור היות האור מורכב מחלקיקים שנעים (לפי החוק הראשון של ניוטון) בקו ישר.

האתר ומשוואות מקסוול

כל גל הוא הפרעה בתווך מסוים: גלי ים, גלי קול, גל בחבל או בקפיץ, וכו'.

במאה ה-19 ניסו פיזיקאים להסביר את האור כגלים מכניים בתווך שכונה אתר (Ether או Aether – מן המילה היוונית αιθήρ, שפירושה לזהור, להאיר). האתר הוא חומר ייחודי שאין לו כל מסה או השפעה על חומר אחר, והוא רק נושא את הפרעת האור.

משהובן שהאור הוא גל, והיה ברור שהאור צריך לעבור באתר, נמצאה דרך למצוא את מערכת הייחוס המועדפת: זוהי מערכת האתר. המערכת היחידה שבה אור נע במהירות $c=3 \times 10^8$ m/s.

לקראת סוף המאה ה-19, מקסוול הראה שמשוואות השדות החשמלי והמגנטי יוצרות השראה הדדית בין השדות, כך ששינוי של שדה אחד גורם לשינוי של השדה השני ולהיפך. השינויים האלה הם הפרעה בשדה, שמקיימת את משוואת הגלים

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}, t) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$$

כאשר ϵ_0 ו- μ_0 הם קבועים שהיו ידועים מניסויים בחשמל ומגנטיות. אם מציבים את ערכיהם, מקבלים ש- $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ שווה למהירות האור.

כך הראה מקסוול שאור הוא גלים אלקטרומגנטיים – גלים של השדה החשמלי והמגנטי.

מאחר שמקסוול הראה שגלים אלה יכולים להתקדם בריק, ללא צורך בתווך כלשהו, רעיון האתר הפך לפחות פופולרי.

אבל עדיין היה צורך למצוא את "מערכת האתר", המערכת היחידה שבה אור נע במהירות c. לפי חוק חיבור המהירויות, צריכה להיות רק מערכת אחת כזאת.