

מבחן לדוגמא 1 – סטטיסטיקה והסתברות

סמסטר א', התשע"ט

חומר עזר: דף נוסחאות מצורף ומחשבון

משך המבחן: 3 שעות

הוראות: ענה/י על 4 מתוך 6 השאלות הבאות. כל שאלה=27 נק' (100 מקס').

1. מתוך בגרות חורף 2018:

למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4.

לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מיכל וגלית משחקות משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שתנצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת.

המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר. נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לנצח את גלית הוא $\frac{7}{12}$.

א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך.

ב. מהו הסיכוי שגלית תנצח במשחק?

ג. מהו הסיכוי של גלית לנצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

2. מתוך מיקודיות א.מ.:

רוגן מתכוון לשחק 5 פעמים במכונת מזל כלשהי. ההסתברות לזכות ב- 50 ש"ח במשחק בודד במכונה זו היא p. ההסתברות לזכות ב- 50 ש"ח בדיוק פעמיים שווה להסתברות לזכות ב- 50 ש"ח בדיוק פעם אחת.

א. חשב את p.

ב. באותה מכונת משחק ניתן לזכות בכל משחק ב- 50 ש"ח, או ב- 100 ש"ח או לא לזכות כלל.

הסיכוי שרוגן לא יזכה באף שקל בחמשת המשחקים היא $\frac{1}{32}$. מהי ההסתברות לזכות ב- 100 ש"ח במשחק בודד?

ג. בתום המשחק השני של רוגן התברר שהוא זכה עד כה ב- 100 ש"ח. מה ההסתברות שזכה בהם במשחק הראשון?

3. מתוך תרגיל 3: רמז: השתמש בנוסחת ההסתברות השלמה

אחוז החולים במחלה "שאנטי" הוא 1%.

במעבדת "באנטי" פיתחו בדיקה לאבחון מוקדם של המחלה אשר סיכוי הגילוי שלה הוא 90% (ז"א

אם אדם חולה אז 90% שיאובחן כך בבדיקה, ואם אדם בריא אז 90% שיאובחן כבריא בבדיקה).

אדם נבדק ונמצא שהוא חולה. מה הסיכוי שהוא אכן חולה?

4. התפלגות בדידה – מתוך גול

להלן פונקציית הסתברות של משתנה מקרי כלשהו: $k = 1, 2, \dots, 4$, $P(X = k) = \frac{k}{A}$.

- מצא את ערכו של A .
- חשב את התוחלת והשונות של המשתנה הנחקר.
- חשב את $E(X^3)$.
- חשב את התוחלת והשונות של המשתנה הבא: $\frac{X}{2} - 4$.

5. התפלגות נורמלית – מתוך גול

המשקל של אנשים באוכלוסייה מסוימת מתפלג נורמלית עם ממוצע של 60 ק"ג וסטיית תקן של 8 ק"ג.

- מה אחוז האנשים שמשקלם נמוך מ-55 ק"ג?
- מהי פרופורציית האנשים באוכלוסייה שמשקלם לפחות 50 ק"ג?
- מהי השכיחות היחסית של האנשים באוכלוסייה שמשקלם בין 60 ל-70 ק"ג?
- לאיזה חלק מהאוכלוסייה משקל הסוטה מהמשקל הממוצע בלא יותר מ-4 ק"ג?
- מה הסיכוי שאדם אקראי ישקול מתחת ל-140 ק"ג?

6. רווח סמך

- מכונה מייצרת ברגים שאורכם מתפלג נורמלית עם תוחלת 4 ס"מ וסטיית תקן 0.2 ס"מ. עקב תקלה במכונה הועלה חשד כי המכונה אינה מייצרת ברגים באורך הנדרש. לשם בדיקה נלקח מדגם מקרי של 25 ברגים אשר יוצרו במכונה לאחר גילוי התקלה ונמצא כי האורך הממוצע שלהם הוא 3.9 ס"מ. נניח כי השונות נותרה ללא שינוי.
- מהו רווח סמך (רו"ס) לתוחלת אורך הברגים לאחר התקלה ברמת מובהקות (ר"מ) 2%?
 - בונים רווח סמך לתוחלת ברמת בטחון של 95%, ע"י לקיחת מדגם של מספר מסויים של ברגים. כמה ברגים לפחות צריך לקחת על מנת שאורכו של רווח הסמך יהיה לכל היותר 0.1 ס"מ?
 - בנו רו"ס בגודל 0.118 ס"מ בעזרת מדגם בגודל 49 ברגים. מה רמת המובהקות α ?