



## תרגיל 1

### שאלה 1

חשב את האינטגרלים הבאים באמצעות סכומי רימן:

א.  $\int_2^5 x^2 dx$

ב.  $\int_1^3 (x^2 - x - 2) dx$

ג.  $\int_2^5 (8x - x^2) dx$

ד.  $\int_{-1}^2 x^3 dx$

### שאלה 2

הוכח: אם  $f(x)$  אינטגרבילית בקטע  $[a, b]$ , אז  $c \cdot f(x)$  גם אינטגרבילית בקטע  $[a, b]$ , כאשר  $c$  הינו קבוע ממשי, ומתקיים:

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

### שאלה 3

הוכח: אם  $f(x)$  רציפה בקטע  $[a, a]$  ואי-זוגית, אז  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$

### שאלה 4

האם הפונקציה הבאה הינה אינטגרבילית? נמק את תשובתך.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{n}, & \frac{1}{n+1} < x \leq \frac{1}{n} \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

### שאלה 5

הוכח:

א.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{k+1}} (1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k) = \frac{1}{k+1}$

ב.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{3\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right) = \frac{2}{\pi}$