

מרצה: דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
 משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

ג. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{n^n}$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^4 - x^4 - 4x^3}{x^2 + 1}$

א. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cos(2x) \sin(x)}{(1 - \sin(x)) \ln(1 + x^2)}$

2.

א. חשבו את $\int \frac{2x^2 + 1}{x^3 + x} dx$

ב. קבעו אם האינטגרל הבא מתכנס או לא $\int_1^{\infty} (\sqrt{x} - 1) dx$

3.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x = x$, הוכיחו תשובתכם.

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $2e^{x^2} = x^4$, הוכיחו תשובתכם.

4. תהי פונקציה f הגזירה בכל הממשיים, שיש לה חיתוך יחיד עם כל ישר מהצורה $y = x + b$

א. הוכיחו או הפריכו: f ח"ע (כלומר לכל $x_1 \neq x_2$ מתקיים כי $f(x_1) \neq f(x_2)$).

ב. הוכיחו או הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f'(x) \leq 1$.

5. תהי סדרה המקיימת $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$ לכל $n \in \mathbb{N}$, וכן $a_1 = 0$.

א. הוכיחו כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים כי $a_n = \frac{n-1}{n}$.

ב. חשבו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n}$$

ב. הוכיחו כי $\left| \cos(\sqrt{2}) - \frac{1}{6} \right| \leq \frac{\sqrt{2}}{30}$