

סמסטר א'

אלגברא לינארית 2

מועד א'

טז בשבט

22.01.19

מרצים: ד"ר אליהו מצרי, פרופ' בוריס קוניאבסקי

מתרגלים: אחיה בר-און, עוזי חרוש, לירז כתיב

מספר הקורס: 88-113-05 , 88-113-08

משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר: מחשבון רגיל

הנחיות:

בחלק הראשון ענו על שתי שאלות, בחלק השני – על חמש שאלות. אם עניתם על יותר שאלות מהנדרש – נא ציינו אילו שאלות הן לבדיקה; בהעדר אמירה מפורשת תיבדקנה השאלות הראשונות. **נא לענות על כל שאלה בעמוד נפרד.** נא להסביר ולנמק בבירור את כל התשובות. ערך כל שאלה הוא 25 נק' בחלק הראשון, 10 נק' בחלק השני.

בהצלחה!

שאלה	ניקוד
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

החלק הראשון (50 נק'). ענו על 2 שאלות מתוך 3

שאלה 1 (25 נק')

- א. סכום האיברים של כל שורה של מטריצה הפיכה A שווה ל- λ . הוכיחו כי סכום האיברים של כל שורה של מטריצה A^{-1} שווה ל- λ^{-1} (נק' 12)
- ב. הוכיחו כי כל מטריצה מרוכבת הפיכה ניתנת להצגה כסכום של שתי מטריצות הפיכות (13 נק').

הערה. אין קשר בין הסעיפים.

שאלה 2 (25 נק')

תהי A מטריצה מרוכבת עם פולינום אופייני $(x-1)^4(x-2)^4$, פולינום מינימלי $(x-1)^2(x-2)$, והריבוי הגאומטרי של הערך העצמי 1 שווה ל-2. מצאו את צורת ז'ורדן של A . (25 נק')

שאלה 3 (25 נק')

- א. תהי $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, יהי $V = R(A)$ (מרחב השורות), יהי $u = (1, 2, 3)$. מצאו בסיס של $W = (\text{span}(\{u\}))^\perp$ (10 נק').
- ב. במרחב V ממימד n נתונים תת-מרחבים U, W שניהם ממימד m ווקטור $u \in U, u \neq 0$ כך ש- $u \perp W$. הוכיחו כי יש $w \in W, w \neq 0$ כך ש- $w \perp U$. (15 נק')

הערה. אין קשר בין הסעיפים.

החלק השני (50 נק'). ענו על 5 שאלות מתוך 6.

שאלות "הוכח או הפרך". הניקוד על כל שאלה הוא 10 נקודות. נמקו היטב את תשובותיכם!

שאלה 4

תהי $A = \begin{pmatrix} 6 & 4a \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$ מטריצה מרוכבת. אזי היא לכסינה לכל הערכים של פרמטר a .

שאלה 5

אם הפולינום המינימלי של A הוא $x^3 - x$, אז הפולינום המינימלי של A^2 הוא $x^2 - x$.

שאלה 6

יש מטריצה מרוכבת A כך ש- $A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

שאלה 7

אם מטריצה A מקיימת $A + A^* = I + A$ (I מטריצת היחידה), אז A ניתנת ללכסון אוניטרי .

שאלה 8

תהי A מטריצה מרוכבת. אם

$A^2 = I$ (I מטריצת היחידה), אז A מטריצה אוניטרית.

שאלה 9

תהי A מטריצה מרוכבת צמודה לעצמה. אז המטריצה $A - (i + 1)I$ הפיכה (I מטריצת היחידה, $i = \sqrt{-1}$).