

תרגיל 1 בקורס מתמטיקה בדידה

1. (א) כתבו את טבלת האמת של הפסוק $(P \vee Q) \rightarrow R$.
 (ב) הראו ששני הפסוקים הבאים שקולים לוגית: $(P \wedge Q) \wedge R$ ו- $P \wedge (Q \wedge R)$.
 (ג) הראו ששני הפסוקים הבאים שקולים לוגית: $(P \wedge Q) \rightarrow R$ ו- $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$.
 (ד) הראו ש $P \rightarrow Q$ אינו שקול לוגית ל $Q \rightarrow P$.
2. אילו מבין הפסוקים הבאים נגזרים ע"י הפסוק $P \rightarrow (Q \vee R)$? אילו מהם שקולים לו? נמקו.
 (א) $(\neg Q \wedge \neg R) \rightarrow \neg P$ (ג) $(P \wedge \neg Q) \rightarrow R$ (ה) $P \wedge \neg P$
 (ב) $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R)$ (ד) $P \vee \neg P$
3. (א) השתמשו בקשרים \neg, \wedge בלבד וכתבו פסוק השקול לוגית ל $\neg(P \vee Q)$ והראו שהם שקולים.
 (ב) השתמשו בקשרים \neg, \wedge בלבד וכתבו פסוק השקול לוגית ל $\neg P \vee \neg Q$ והראו שהם שקולים.
4. תהינה $A, B \subseteq U$. נסמן $A^c = U \setminus A$. הוכיחו כי $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.
5. תהא $A \subseteq \mathbb{N}$. אילו מבין הטענות הבאות גוררות ש $A = \emptyset$?
 (א) $\emptyset \subseteq A$ (ד) לכל קבוצה B מתקיים $A \cap B = A$
 (ב) $A \subseteq \emptyset$ (ה) קיימת קבוצה B כך ש $A \cap B = A$
 (ג) $x \in A \Rightarrow x \in A \cap A^c$
6. תהינה A, B, C שלוש קבוצות. הוכיחו או הפריכו באמצעות דוגמא נגדית את הטענות הבאות:
 (א) $(A \cup B) \setminus B = A$
 (ב) $A \not\subseteq C$ וגם $A \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq (B \setminus C)$
 (ג) $C \subseteq B$ וגם $A \subseteq (B \cap C) \Leftrightarrow A \subseteq B$
 (ד) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
 (ה) $A \setminus B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B$
7. (א) האם קיימת קבוצה A כך של A ול- $\mathcal{P}(A)$ יש בדיוק 3 איברים? נמקו.
 (ב) האם קיימת קבוצה A כך ש $A \subseteq \mathcal{P}(A)$ ול- A יש בדיוק 3 איברים? נמקו.