

תרגיל בית 10

שאלה 1

פתור את המשוואות המדויקות הבאות:

הערה: בחלק מהסעיפים יש למצוא גורם אינטגרציוני כדי לקבל משוואה מדויקת.

א. $(3 + y + 2y^2 \sin^2 x)dx + (x + 2xy - y \sin(2x))dy = 0$

ב. $(6x + y^2)dx + y(2x - 3y)dy = 0$

ג. $(3xy + y^2)dx + (x^2 + xy)dy = 0$. פתור בדרך נוספת ובדוק שהתקבלה תשובה זהה.

ד. $(3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0$

שאלה 2

עבור מערכות המשוואות המשוואות הבאות מצאו גם פתרון כללי וגם פתרון המקיים את תנאי ההתחלה:

א.
$$\begin{cases} y_1' = 7y_1 - 10y_2 \\ y_2' = 3y_1 - 4y_2 \end{cases} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ב.
$$\begin{cases} y_1' = -y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 4y_1 + 3y_2 \end{cases} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ג.
$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 3y_2 + 3e^x \end{cases} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ד.
$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 + y_2 + e^{6x} \\ y_2' = -4y_1 + 8y_2 + 6xe^{6x} \end{cases} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

שאלה 3

המר את המשוואות הדיפרנציאליות הבאות למערכת שקולה עם שלוש משוואות מסדר 1:

א. $y^{(3)} = x^2 y'' - y' \sin x + e^x y + 5$

ב. $y^{(3)} = 2xy'' + y' \sin x + y + \cos x$

שאלה 4

המר את המשוואות הדיפרנציאליות הבאות למערכת שקולה והצג את הפתרון הכללי של המשוואה:

א. $y'' - 9y = 0$

ב. $y'' + 5y' - 6y = 0$

ג. $y'' + 4y = 0$

ד. $y'' + 3y' - 4y = \sin(2x)$

ה. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}$

שאלה 5

בסעיפים הבאים חשב את e^A כאשר:

א. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$

ב. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$