

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln(x)}}$$

$$\text{ב. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(8x^7)}{2x^4}$$

$$\text{ג. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(1 + \sin(x-2))}{9x-18}$$

$$\text{ד. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^8 e^{\sin(65x)} (1 - \cos(x^2))}{7 \sin(x^6)}$$

2. מצאו את המספרים הממשיים a, b כך שהפונקציה הבאה תהיה רציפה בכל הישר הממשי:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x - 9}{3 - \sqrt{x}}, & x > 9 \\ ax + b - 6, & 0 \leq x \leq 9 \\ e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$$

3. האם קיים a ממשי כך שהפונקציה הבאה תהיה רציפה בכל הישר הממשי?

$$f(x) = \begin{cases} a, & x = 1 \\ \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x-1}}}, & x \neq 1 \end{cases}$$

4. מצאו את נקודות אי-הרציפות של הפונקציות הבאות, ומיינו אותן:

א. $f(x) = e^{\frac{-1}{x^3}}$

ב. $f(x) = \frac{|x^3+x^5+x^7|}{x^3+x^5+x^7}$

ג. $f(x) = [|x|]$ (עיגול כלפי מטה של ערך מוחלט של x)

ד. $f(x) = (x^2 - 1)\sin\left(\frac{1}{x^3-x^2}\right)$

ה. $f(x) = \frac{1+x}{1+x^3}$

ו. $f(x) = \frac{\sin(x)}{|x|}$

5. נתונה פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ אשר רציפה בנקודה $x = 0$ ואשר מקיימת

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

לכל x_1, x_2 . הראו כי קיים $c \in \mathbb{R}$ כך ש- $f(x) = cx$ לכל x .

רמז:

סייגטט אדא סז סייגטט מולט אווומט יא ואלט
לד מטמטטו 'ייגטט לויט לזט טיגל f , יא ואלט גא 'סייגטט אדא אט טאגן
'ייגטט u לואט $\frac{u}{1}$ טאגט סילט אדא אט טאגן 'סייגטט אדא טימאל זאג ואלט