

תרגיל 4 בפונקציות מרוכבות

1. הביאו את המספרים הבאים לצורה קרטזית

(א) $\sin(i)$

(ב) $\cos(-i)$

(ג) $\tan(1+i)$

2. מצאו את כל הנקודות בהן $\cos \bar{z}$ גזירה.

3. מצאו את כל הערכים האפשריים של הביטויים הבאים:

(א) $(1+i)^{2i}$

(ב) $(-i)^{-i}$

(ג) $\operatorname{Im}((1-i)^{1+i})$

4. הראו שחוק החזקות $e^{zw} = (e^z)^w$ נכשל (כאשר החזקה מוגדרת עם הענף העיקרי של הלוגריתם) ע"י בחירה של z, w מתאימים.

5. מצאו נוסחא רב ערכית עבור $\arctan z$. (כלומר, בהינתן $w = \tan z$ בטאו את z באמצעות w , מותר להשתמש בפונקציות רב ערכיות).

6. יהי Log הענף העיקרי של הלוגריתם בתחום $\mathbb{C} \setminus \{-t \mid t \geq 0\}$.

(א) הראו כי לכל z בתחום ההגדרה של Log מתקיים

$$\operatorname{Log} \frac{1}{z} = -\operatorname{Log} z$$

(ב) הראו שכלל זה לא בהכרח נכון עבור ענפים אחרים של הלוגריתם.