

מבחן בקורס מכינה למתמטיקה לקראת שנת תשע"ג

מרצה: ארז שיינר. תאריך: 06/09/12

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה =>

1. נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ x-2 & 0 < x \leq 2 \\ -|x| & x \leq 0 \end{cases}$$

מצא לאילו ערכי x מתקיים אי השוויון $|f(x)+1| < f(x)$

2.

א. מצא את כל הפתרונות למשוואה $z^5 = z$

ב. הוכח כי למשוואה $\bar{z}z + 1 = 0$ אין פתרון

3. הצג את הוקטור $(1,2)$ בצורה $(1,2) = (a,b) + (x,y)$

כאשר (a,b) בכיוון הוקטור $(1,1)$, והוקטור (x,y) מאונך לוקטור $(1,1)$

4. הוכח כי לכל $n \in \mathbb{N}$ מתקיים $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

5. פתור את האינטגרל $\int x(e^x - e^{x+2}) dx$ (רמז: הצבה $e^x = t$)

6. הגדרה: לפונקציה f יש נקודת שבת אם היא מקיימת את התנאי $\exists x \in \mathbb{R} : f(x) = x$

א. נסח תנאי השקול לכך שלפונקציה f אין נקודת שבת

ב. קבע והוכח לאילו מן הפונקציות הבאות יש נקודת שבת, ואילו לא:

$$h(x) = \sin(x), \quad g(x) = \frac{x-1}{x+1}, \quad f(x) = x^2$$

7. הוכח כי לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים $C \setminus (A \setminus B) = (C \setminus A) \cup (C \cap B)$