

89-198 מתמטיקה בדידה – תרגיל 3

נא לציין בפתרון המוגש שם מלא ותעודת זהות.
יש לכתוב את הפתרון בכתב ברור וקריא, ולנמק כל מעבר.

מועד הגשה: כ"ג אלול, 3.9.

שאלה 1: (16 נקודות) תהיינה A, B קבוצות. הוכח או הפרך:

$$A \setminus B \subseteq \overline{B \setminus A} \quad (1)$$

$$A \Delta B \subseteq A \cup B \quad (2)$$

$$\overline{A} \setminus B = \overline{A \cup B} \quad (3)$$

$$P(A) \setminus P(B) = P(A \setminus B) \quad (4)$$

שאלה 2: (32 נקודות) תהיינה A, B, C קבוצות. הוכח או הפרך:

$$A \Delta (B \cup C) = (A \Delta B) \cup (A \Delta C) \quad (1)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C) \quad (2)$$

$$A \cup (B \Delta C) \subseteq (A \cup B) \Delta (A \cup C) \quad (3)$$

$$A \cup (B \Delta C) \supseteq (A \cup B) \Delta (A \cup C) \quad (4)$$

שאלה 3: (10 נקודות)

(1) נניח ש $\mathcal{U} = \mathbb{N}$ ונגדיר את הקבוצות $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ בצורה הבאה $A_i = \{x \mid x \leq i + 2\}$.

למשל, $A_3 = \{x \mid x \leq 5\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. יהי $n \in \mathbb{N}$.

למה שווה $\bigcup_{i=1}^n A_i$?

למה שווה $\bigcap_{i=1}^n A_i$?

(2) עבור $I = \{2, 3, 4\}$ נגדיר את הקבוצות $A_i = \{i, 2i\}$, $B_i = \{i, i + 1\}$.

מהם אברי $\bigcap_{i \in I} (A_i \Delta B_i)$?

מהם אברי $(\bigcup_{i \in I} A_i) \cap (\bigcup_{i \in I} B_i)$?

שאלה 4: (12 נקודות)

(1) עבור $A = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \emptyset\}$, מהי $P(A)$?

(2) מהי $P(P(P(\emptyset)))$?

(3) כמה אברים יש בקבוצה $P(P(P(P(\emptyset))))$?

שאלה 5: (30 נקודות) הוכח את הטענות הבאות.

לפחות באחד מהתרגילים יש להשתמש באסטרטגיה 1, ולפחות באחד מהתרגילים יש להשתמש באסטרטגיה 2.

(1) יהיו $a, b \in \mathbb{R}$. אם $a < b < 0$ אז $a^2 < b^2$.

(2) תהיינה A, B, C, D קבוצות המקיימות $A \setminus B \subseteq C \cap D$ ויהי $x \in A$. אם $x \notin D$ אז $x \in B$.

(3) יהיו $n, m, u, v, z \in \mathbb{N}$. אם $z \mid n$ וגם $z \mid m$, אז $z \mid (un + vm)$.

בהצלחה