

מועד א' - חדו"א 1 למורים באר שבע - 24/01/18

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x)\cos(x))}{\ln(1+2x)} \quad \text{ב. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 2e^{-2x}}{e^{2x} + x} \quad \text{ג. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{2^n n^2}$$

2. תהי a_n המוגדרת על ידי נוסחת הנסיגה $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$.

א. הוכיחו כי a_n מונוטונית עולה.

ב. הוכיחו כי a_n חסומה וחשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

3. נביט בפונקציה $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{ax} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$.

א. קבעו עבור אילו ערכי a הפונקציה $f(x)$ רציפה ב $x = 0$.

ב. האם עבור ערכי a מסעיף א' הפונקציה גם גזירה ב $x = 0$? מה נגזרתה?

4.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $\ln(2+x) = x$.

ב. האם קיים פתרון $x > 0$ למשוואה $\sqrt[3]{2+x} = e$?

5. תהי f פונקציה המקיימת לכל $x \in \mathbb{R}$ כי $f'(x) < 2$, וכמו כן $f(0) = 0$.

א. הוכיחו כי לכל $x > 0$ מתקיים כי $\frac{f(x)}{x} < 2$.

ב. חשבו את הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - 3x$.