

תרגיל בית 4 במבנים אלגבריים 89-214 סמסטר א' תשע"ו

הוראות בהגשת הפתרון יש לרשום בכל דף שם מלא, מספר ת"ז ומספר קבוצת תרגול. תאריך הגשת התרגיל הוא לתרגול בשבוע המתחיל בתאריך י' כסלו ה'תשע"ו, 22.11.2015.

שאלה 1. תהי G חבורה אבלית. נסמן ב- T את אוסף האיברים מסדר סופי ב- G . הוכיחו כי $T \leq G$.

שאלה 2. תהיינה G, H חבורות. הוכיחו: $G \times H$ היא אבלית אם ורק אם G ו- H אבליות.

שאלה 3. תהיינה G, H חבורות, ויהיו $g \in G, h \in H$ איברים מסדר סופי. נסתכל על האיבר $(g, h) \in G \times H$. הוכיחו: $o((g, h)) = [o(g), o(h)]$ (כלומר: הסדר של (g, h) הוא הכפולה המשותפת המינימלית של $o(g)$ ושל $o(h)$).

שאלה 4. נסתכל על $G = U_{14} \times \mathbb{Z}_4$.

א. מהו הסדר של $(3, 2)$ ב- G ? נמקו.

ב. האם G אבלית? נמקו.

ג. האם G ציקלית? נמקו.

(הדרכה: היעזרו בשאלה 2).

שאלה 5. תהיינה G, H חבורות. האם כל תת-חבורה K של $G \times H$ היא בהכרח מהצורה $K_1 \times K_2$, כאשר K_1 תת-חבורה של G ו- K_2 תת-חבורה של H ? הוכיחו או תנו דוגמה נגדית.

שאלה 6. לכל תמורה σ מהתמורות הבאות, כתבו את σ כמכפלת מחזורים זרים, וחשבו את σ^2 :

א. S_9 -ב $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 9 & 7 & 1 & 6 & 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$.

ב. S_5 -ב $(1\ 2)(2\ 5\ 4)(3\ 1\ 4)(1\ 5)$.