

## בוחר מתמטיקה בדידה, חורף תשעח

26.12.2017

מתרגל: אחיה בר־און.

- כתבו בדף הראשון את שמכם והת.ז. שלכם בצורה ברורה.
  - הקפידו על סדר ניקיון.
  - משך הבוחן: שעה וחצי.
  - ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
  - נמקו כל תשובה.
  - בבוחן 4 שאלות. כל אחת שווה 30 נקודות.
  - השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות אותן אתם יודעים לפתור.
- המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות עליהן אתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

1	
2	
3	
4	
total	

**בהצלחה!**

1. (30 נק') נגדיר קשר  $\diamond$  עבור תחשיב הפסוקים ע"י טבלת האמת הבאה:

$A$	$B$	$A \diamond B$
$T$	$T$	$T$
$T$	$F$	$T$
$F$	$T$	$F$
$F$	$F$	$T$

הגשימו את אחד הקשרים  $\vee, \rightarrow$  באמצעות הקשר  $\diamond$ .

המשך תשובה לשאלה 1

2. (30 נק') הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי מתקיים כי 5 מחלק את המספר  $2^{3n} - 3^n$  (ללא שארית). כלומר, לכל  $n$  טבעי מתקיים כי  $\frac{2^{3n} - 3^n}{5}$  מספר שלם.

המשך תשובה לשאלה 2

3. (נק' 30) תהא  $(A, \leq)$  קבוצה סדורה חלקית ונתון כי קיים  $x$  איבר גדול ביותר ב  $(A, \leq)$ . נסמן  $R = \leq^{-1}$  את היחס ההפוך של  $\leq$ . הוכיחו כי קיים איבר מינימאלי יחיד ב  $(A, R)$  (שימו לב שצריך להוכיח שני דברים - להוכיח כי קיים איבר מינימאלי ב  $(A, R)$  ולהוכיח שהוא יחיד).

המשך תשובה לשאלה 3

4. תהא  $X = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}$  ותהא  $A = P(X)$  (כלומר  $A$  קבוצת החזקה של  $X$ ).  
תהא  $B = \{2, 5, 9, 10\}$  נגדיר יחס  $R$  על  $A$  כדלקמן

$$R = \{(a, a') \in A \times A \mid B \subseteq (a \cap a')\} \cup I_A$$

כאשר  $I_A = \{(a, a) \mid a \in A\}$  הוא יחס הזהות על  $A$ .

(א) (15 נק') הוכיחו כי יחס שקילות על  $A$ .

(ב) (15 נק') כמה איברים יש בקבוצת המנה  $A/R$ ? נמקו תשובתכם.



המשך תשובה לשאלה 4



