

האם הפונקציות הבאות רציפות בנקודה $(0, 0)$

.1

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

פתרון: נחשב

$$\left| \frac{x^3}{x^2+y^2} \right| \leq \left| \frac{x^3}{x^2} \right| = |x| \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

לכן הפונקציה רציפה ב $(0, 0)$

.2

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

פתרון: לא רציפה. נבחר מסלול $(x, y) = (0, t)$ ונקבל

$$f(0, t) = \frac{0^3 + t^2}{0^2 + t^2} = 1 \neq 0$$