

## אינפי 4 - תרגיל 11

1. טבעת מוביזס ברדיוס  $R$  ובעובי  $a$  היא משטח דו מימדי ב- $\mathbb{R}^3$  המוגדר לפי המשוואה

$$\begin{cases} x(t, v) = (R - t \sin(\frac{v}{2})) \cos v \\ y(t, v) = (R - t \sin(\frac{v}{2})) \sin v \\ z(t, v) = t \cos \frac{v}{2} \end{cases}$$

כאשר  $v \in [0, 2\pi]$ ,  $t \in [-a, a]$ . ודאו כי משפט סטוקס לא נכון עבורה והסבירו מדוע. הצעה: בחרו שדה וקטורי מתאים והראו כי אין שיוויון בין שני הצדדים.

2. תהי  $RS^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = R^2\}$  ספירה ברדיוס  $R$  ו- $F$  שדה המקיים את תנאי משפט סטוקס. חשבו את  $\iint_{RS^2} (\nabla \times F) \cdot \hat{n} dS$ .

3. חשבו את  $\int_C F dr$  כאשר  $F(x, y, z) = (xy, x^2, z^3)$  ו- $C$  חיתוך הפרבולויד  $z = x^2 + y^2$  עם המישור  $z = y$  המכוון חיובית ביחס לנורמל  $(0, -1, 1)$  למישור הנתון.

4. תהי  $C$  שפה של משטח  $M$  עליו חלים תנאי משפט סטוקס והיו  $\psi_1, \psi_2$  זוג שדות סקלריים  $\psi_i \in C^2(M)$ . הראו כי בסימונים הללו

$$\int_C \psi_1 \nabla \psi_2 dr = - \int_C \psi_2 \nabla \psi_1 dr = \iint_M (\nabla \psi_1 \times \nabla \psi_2) dS.$$

5. חשבו את  $\int_C F dr$  עבור  $F = (x^2 - a(y+z), y^2 - az, z^2 - a(x+y))$  ו- $C$  הוא החיתוך בין הגליל

$$\begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = a^2 \\ z \geq 0 \end{cases}$$

ו- $RS^2$  באוריינטציה בה המשיק לעקומה  $C$  ב- $x=0$  מקביל ל- $(0, -1, 0)$ .