

פונקציות מרוכבות

תרגיל 6

נוסחת קושי, משפט ליוביל, עקרון המקסימום

1. השתמשו בנוסחת קושי על מנת לחשב את האינטגרל הממשי הבא

$$\int_0^{2\pi} \frac{1 + \sin \theta}{3 + \cos \theta} d\theta$$

2. השתמשו בנוסחת קושי על מנת לחשב את האינטגרל

$$\int_{|z|=1} \frac{z + \bar{z}}{(z - z_0)^2} dz$$

עבור $|z_0| \neq 1$ (בדקו את כל האפשרויות עבור $|z_0| \neq 1$).
 רמז : ניתן לכפול ולחלק ב- z את האינטגרנד .

3. האם קיימת פונקציה שלמה המקיימת

א. $|1 + z \cdot f(z) - \sin z| \leq 1$ לכל $z \in \mathbb{C}$?

ב. $|f(z)| \leq e^{-\operatorname{Re} z}$ לכל $z \in \mathbb{C}$ וכן $f(0) = \frac{1}{2}$?

אם כן, מצאו את הפונקציה .
 אם לא, נמקו מדוע .

4. מצאו את $\max_{z \in D} |f(z)|$, כאשר $D = \{|z| \leq 2\}$, $f(z) = e^{z^2 - z}$

בהצלחה !!