

תרגיל בית 2 - תורת גלואה

סמסטר א', תשע"ז

שאלה 1. שחקו במשחק (http://euclidthegame.com) Euclid the game עד שלב 6 לפחות. [חלק זה אינו להגשה].

שאלה 2. הוכיחו כי $\mathbb{Q}(\sqrt{3}, \rho_3) = \mathbb{Q}(\rho_3) = \mathbb{Q}(i\sqrt{3})$. כאשר $\rho_3 = e^{\frac{2\pi i}{3}}$ שורש יחידה 3 פרימיטיבי.

שאלה 3. יהי $p(x) \in F[x]$ פולינום אי-פריק מדרגה n . אנחנו יודעים ש $E = F[x]/\langle p(x) \rangle$ הוא הרחבה של F . הוכיחו כי $[E : F] = n$ ע"י מציאת בסיס מפורש.

שאלה 4. (בונוס)

נניח $F \subseteq \mathbb{R}$ שדה של מספרים ברי בנייה (לאו דוקא כולם).
נאמר שישר הוא "ישר של F " אם בנינו אותו בעזרת 2 נקודות מ $F \times F$.
נאמר שמעגל הוא "מעגל של F " אם בנינו אותו בעזרת 2 נקודות מ $F \times F$.
הוכיחו כי אם 2 ישרים של F נחתכים, נקודת החיתוך היא ב $F \times F$.
הוכיחו כי אם ישר של F ומעגל של F נחתכים, נקודת החיתוך היא ב $F[\sqrt{e}] \times F[\sqrt{e}]$.
עבור איזשהו $e \in \mathbb{R}$.
הוכיחו כי אם 2 מעגלים של F נחתכים, נקודת החיתוך היא ב $F[\sqrt{e}] \times F[\sqrt{e}]$.
עבור איזשהו $e \in \mathbb{R}$.