בס"ד

לינארית 2- תרגיל 9

1. אילו מהנוסחות הבאות מגדירות מכפלה פנימית ב-$\mathbf{R}^2$: עבור וקטורים $b=(b_1,b_2)$, $a=(a_1,a_2)$

א) $<a,b>=2a_1b_1+7a_2b_2$.

ב) $<a,b>=a_1b_1+a_1b_2+a_2b_1$.

2.

$1.10\frac{1}{2}$ תרגיל. תהא $T\colon V\to V$ העתקה לינארית. הוכח:

א. אם לכל $u,v\in V$ מתקיים $\langle T(u),v\rangle=0$, אז $T=O$.

ב. אם S קבוצה פורשת של V ו D קבוצה פורשת של $\operatorname{im}T$, ולכל $u\in S$ ו $v\in D$ מתקיים $\langle T(u),v\rangle=0$, אז $T=O$.

3.

1.11 תרגיל. יהא V מרחב וקטורי מעל $\mathbb{C}$ עם מכפלה פנימית, ותהא $T\colon V\to V$ העתקה לינארית, כך שלכל $v\in V$, $\langle T(v),v\rangle=0$. הוכח ש $T=O$. [רמז: פתח את $\langle T(u+v),u+v\rangle=0$,

4.

1.12 תרגיל. יהא $B=\{v_1,\ \ldots\ ,v_n\}$ בסיס עבור V.

א. יהא $v\in V$ כך שלכל i מתקיים $\langle v_i,v\rangle=0$. הוכח ש $v=0$.

ב. יהיו $u,w\in V$ כך שלכל i מתקיים $\langle v_i,u\rangle=\langle v_i,w\rangle$. הוכח ש $u=w$.

5.

2.3 תרגיל. תהא $\|\ \|$ הנורמה המושרית ממכפלה פנימית $\langle\ ,\ \rangle$ על V.

הוכח את **הצורות הקוטביות** של המכפלה הפנימית:

- כאשר $\mathbb{F}=\mathbb{R}$: $\langle u,v\rangle=\frac{1}{4}(\|u+v\|^2-\|u-v\|^2)$.
- כאשר $\mathbb{F}=\mathbb{C}$: $\langle u,v\rangle=\frac{1}{4}(\|u+v\|^2-\|u-v\|^2+i\|u+iv\|^2-i\|u-iv\|^2)$.

בהצלחה!!