

תרגיל בית 4 בשדות ותורת גלואה 88-311 סמסטר א' תש"ף

שאלה 1. יהי $f(x) \in F[x]$ פולינום אי פריק מדרגה n , ותהי K/F הרחבה מממד m . הראו שאם $(n, m) = 1$, אז $f(x)$ הוא אי פריק גם מעל K .

שאלה 2 (אימון נוסף). מצאו את הפולינום המינימלי של האיברים הבאים מעל השדה המצויין:

א. $\sqrt[3]{7}$ מעל \mathbb{Q} .

ב. $\sqrt[3]{7}$ מעל $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$. רמז: העזרו בשיקולי ממד.

ג. $\sqrt[3]{7}$ מעל $\mathbb{Q}[\sqrt[5]{7}]$.

ד. $\sqrt[4]{3}$ מעל $\mathbb{Q}[\sqrt{3}]$.

ה. $\sqrt{x} - 1$ מעל $\mathbb{Q}(x)$.

שאלה 3. יהי $f(x)$ פולינום אי פריק ממעלה 7 מעל \mathbb{Q} , ויהי $\alpha \in \mathbb{C}$ שורש של f . חשבו את $[\mathbb{Q}(\alpha^3 + \alpha) : \mathbb{Q}]$.

שאלה 4. חשבו את שדות הפיצול של הפולינומים הבאים מעל \mathbb{Q} ואת הממדים שלהם:

א. $x^4 + 4$

ב. $x^4 - 4$

ג. $x^6 - 2x^3 - 3$

ד. $x^p - 2$ עבור p ראשוני (בכיתה פתרנו עבור $p = 5$)

בהצלחה!