

## לינארית 1 - בוחן תשעח

מס' קורס: 88-112-05/08/11/13/16  
מרצים: שמעון ברוקס, אליהו מצרי, ארז שיינר.  
מתרגלים: ניקול בלשוב, עדי בן צבי, תמר בר-און, עוזי חרוש, מיכאל טוויטו, פולינה לצקר, עקיבא מלכה.  
משך המבחן: 1:45 שעות.  
עליכם לענות על כל השאלות. ניקוד כל השאלות שווה.  
חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון פשוט.  
בהצלחה!

1. הוכיחו/הפריכו:

- (א) אם  $A$  מטריצה סימטרית והפיכה, אז  $A^{-1}$  סימטרית.  
(ב) אם למערכת  $Ax = b$  יש אינסוף פתרונות, אז קיים וקטור  $c$  כך שלמערכת  $Ax = c$  אין פתרון.  
(ג) אם למערכת  $Ax = b$  אין פתרון, אז קיים וקטור  $c$  כך שלמערכת  $Ax = c$  יש אינסוף פתרונות.

2.

(א) עבור אילו ערכי  $k$  (מעל  $\mathbb{R}$ ) יש למערכת

$$\begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ x + ky + z + w = 1 \\ x + y + k^2z + w = k \end{cases}$$

- i. אפס פתרונות.  
ii. אינסוף פתרונות.  
iii. פתרון יחיד.  
(ב) עבור  $k = 1$  מצא את הפתרון הכללי של המערכת.

3.

(א) תהי  $A$  מטריצה. נניח שאחרי ביצוע פעולות השורה הבאות:

$$R_1 \rightarrow 2R_1$$

$$R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1$$

$$R_3 \longleftrightarrow R_2$$

$$R_1 \rightarrow R_1 + R_2$$

$$\text{הגענו למטריצה } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -5 \end{pmatrix} \text{ . מצאו את } A.$$

(ב) תהי  $B$  מטריצה כלשהי מגודל  $3 \times 3$ . נניח שאחרי ביצוע אותן פעולת שורה מסעיף א', הגענו למטריצה כלשהי  $C$ . הוכיחו ש  $B$  הפיכה אם ורק אם  $C$  הפיכה.