

## לינארית 2 תש"ף סמסטר א' - בוחן

מרצים: ד"ר אליהו מצרי, פרופסור בוריס קוניאבסקי  
מתרגלים: תמר בר-און, איתי לוינס, פולינה לוצקר, רונה קרני.  
הנחיות: יש לפתור את כל השאלות הבאות. עליכם לנמק כל צעד, ולהראות את החישובים.  
ניקוד מקסימלי: 108 נקודות.  
בהצלחה!

1. (12 נקודות לכל סעיף) עבור המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 6 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

ענו על הסעיפים הבאים:

- (א) חשבו את הפולינום האופייני ואת הע"ע של  $A$ .
- (ב) לכל ע"ע של  $A$  מצאו את המרחב העצמי המתאים לו, וחשבו את הריבוי הגיאומטרי שלו.
- (ג) חשבו את הפולינום המינימלי של  $A$ .
- (ד) מצאו את צורת הג'ורדן של  $A$ .
2. (20 נקודות) תהי  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  מטריצה לכסינה, שכל הע"ע שלה אי-שליליים. הוכיחו שקיימת  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  כך ש  $B^2 = A$ .
3. (20 נקודות) הוכיחו/ הפריכו: יהיו  $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$  מטריצות לכסינות. אזי  $A + B$  לכסינה.
4. (20 נקודות) תהי  $A \in \mathbb{C}^{5 \times 5}$  מטריצה נילפוטנטית, כך ש  $\text{rank}(A) = 2$ . הוכיחו ש  $A^3 = 0$ .