

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 24 נק', ענו על כל השאלות.

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\text{א. } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(3x)) \cos(3 \sin(5x))}{e^x - 1} \quad \text{ב. } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x^2) + x}{e^x + \cos(e^x)} \quad \text{ג. } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^n}{n!}$$

2. נתונה הסדרה הבאה ע"י כלל נסיגה  $a_{n+1} = a_n + a_n^2 - 1$  ונתון כי  $a_1 > 1$ .

א. הוכיחו כי לכל  $n$  מתקיים  $a_n > 1$ .

ב. חשבו את גבול הסדרה.

$$3. \text{ נביט בפונקציה } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2)}{x} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$$

א. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  רציפה ב  $x = 0$  ?

ב. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  גזירה ב  $x = 0$  ? מהי  $f'(0)$  במקרים אלה?

4. יהי מספר ממשי  $a \in \mathbb{R}$

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $x^7 + e^x = a$ .

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $\frac{-x}{x^2 + 1} = e^x$ .

5. בכל אחד מהסעיפים תנו דוגמא לפונקציה כזו, או שהוכיחו שלא קיימת דוגמא כזו.

א. פונקציה המקיימת  $f'' < 0$  וגם  $f' < 0$  לכל  $x > 0$  וגם  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ .

ב. פונקציה המקיימת  $f'' < 0$  וגם  $f' < 0$  לכל  $x > 0$  וגם  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .