

מבחן מועד ב' – מבוא לאלגברה לינארית 1 למורים – 88-613 – 01/03/22

זמן המבחן: 3 שעות. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 30 נק', ענו על כל השאלות.

1. נתון המספר המרוכב $z = \cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha)$, ונתון מספר מרוכב w כך ש $|w| = r > 0$.
 כמו כן נתון כי w, z נמצאים ברביע הראשון, וכן כי $z = \frac{w}{\overline{w}}$.
 א. הביעו באמצעות α ו- r את המספר w , את הצמוד שלו \overline{w} ואת ההופכי שלו $\frac{1}{w}$.
 ב. שרטטו במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסיפו לשרטוט דוגמא של מספר w ושל ההופכי שלו $\frac{1}{w}$ עבור $r > 1$.
 ג. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_1 = \frac{1}{w}$ וכן $a_2 = z$. הביעו באמצעות α ו- r את a_5 .

2. יהי $a \in \mathbb{R}$ פרמטר, ונביט במערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x + ay + (a-1)z = 1 \\ -x - y + (2-a)z = 1 \\ (2-a)x + (2a-a^2)y = 1 \\ ax + a^2y + (2a-2)z = 1 \end{cases}$$

- א. מצאו לכל ערכי הפרמטר האם למערכת יש פתרון יחיד, אינסוף פתרונות או אין פתרונות.
 ב. עבור $a = 1$, מצאו את הפתרון הכללי של המערכת.
 ג. האם קיים ערך של a עבורו $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{5}{2})$ פתרון למערכת? אם כן מצאו אותו.

3. נביט במטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

- א. מצאו בסיסים ומימדים לשלושת מרחבי המטריצה $C(A), R(A), N(A)$.
 ב. מצאו בסיס ל- $C(A) \cap R(A)$.

4. נביט בזוג המישורים הנתונים באופן אלגברי

$$U = \{(x, y, z) | x + y - z = 0\}$$

$$W = \{(x, y, z) | x - y + 2z = 1\}$$

- א. מצאו בסיס ל- U .
 ב. מצאו את הפתרון הכללי של W (זו הצורה הפרמטרית של המישור).
 ג. האם W תת מרחב וקטורי של \mathbb{R}^3 ?
 ד. מצאו את החיתוך בין המישורים (הביעו אותו באופן פרמטרי).