

# תרגיל 11 - אלגברה לינארית למורים

1 בפברואר 2017

## שאלה 1

חשבו את הדטרמיננטה של המטריצה הבאה:

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 14 \\ 0 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

## שאלה 2

חשבו את הדטרמיננטה של המטריצה:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 1 & -9 \\ -2 & 0 & 4 & 0 & 2 & -1 \\ 9 & 0 & 6 & 0 & 5 & 2 \\ -2 & 4 & -2 & 3 & 5 & -6 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

רמז:

אין צורך להתחיל לפתח סתם לפי אחת בנוסחאות ולקבל 720 מחוברים, חשבו היטב

באיזה סדר ולפי מה כדאי לפתח.

## תרגיל 3

חשבו את הדטרמיננטה של המטריצה הבאה באמצעות פעולות הדירוג:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9 & -4 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

### הדרכה:

נזכור כיצד פעולות שורה משפיעות על הדטרמיננטה:

- 1) החלפת שתי שורות כופלת את הדטרמיננטה במינוס אחד.
  - 2) חיבור שורה אחת כפול קבוע לשורה אחרת אינה משנה את הדטרמיננטה כלל.
  - 3) כפל שורה בקבוע כופל את הדטרמיננטה בקבוע זה.
- דרגו את המטריצה  $A$  באמעות פעולות 1 ו 2 בלבד (כלומר, ללא כפל שורה בקבוע).  
שימו לב: אין צורך להגיע לדירוג קנוני, אלא רק למטריצה משולשית.  
רשמו לפניכם מספר הפעמים שביצעתם את פעולה 1, כלומר החלפתם שורות.  
שימו לב 2- דירוג באמצעות מחשבוני אינטרנט לא יזור לכם כאן.  
רשמו את המטריצה המדורגת אשר קיבלתם.  
דטרמיננטה של מטריצה משולשית היא מכפלת איברי האלגסון לכן הדטרמיננטה של המטריצה מדורגת שמתתם הינה:

**(רשמו את המטריצה)**

סה"כ הדטרמיננטה של המטריצה המקורית הינה מונוס אחד בחזקת כמות החלפות השורה כפול הדטרמיננטה של המטריצה המדורגת:

$$|A| = (?)$$

### תרגיל 4

נתון כי  $|B| = 1$  עבור המטריצה

$$B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{pmatrix}$$

חשבו את הדטרמיננטה של המטריצה

$$A = \begin{pmatrix} 2 \cdot b & (4 \cdot c - a) & c \\ 2 \cdot e & (4 \cdot f - d) & f \\ 2 \cdot y & 4 \cdot z - x & z \end{pmatrix}$$

**רמז:**

הגיעו מהמטריצה  $A$  אל המטריצה  $B$  על ידי פעולות שורה /עמודה/או שחלוף.  
זכרו שפעולו עמודה משפיעות כמו פעולו שורה על הדטרמיננטה, וכי הדטרמיננטה של המטריצה המשוחלפת שווה לדטרמיננטה של המטריצה המקורית.

### תרגיל 5

יהיו  $a = (2, 3, -1)$ ,  $b = (0, 4, 0.5)$ ,  $c = (6, 1, -4)$

(א) חשב את הזווית בין  $a$  ל- $b$ .

(ב) חשב את שטח המקבילית המוצרת ע"י  $c$  ו- $b$ .

(ג) הראה ש- $a, b, c$  נמצאים באותו מישור.

### תרגיל 6

יהיו  $a, b$  שני ווקטורים אורתונורמליים ב- $\mathbb{R}^3$ , הראה ש:

(א) הווקטורים  $a, b, a \times b$  מהווים קבוצה אורתומורמלית ב- $\mathbb{R}^3$  והסיקו מזה שהם בסיס.

### תרגיל 7

חשבו את נפח המקבילון שצלעותיו הן:

$$u = (1, 2, 3), v = (2, 1, 0), w = (4, 0, -3)$$

### תרגיל 8

הוכח:

$$u \cdot (v \times w) = w \cdot (u \times v) = v \cdot (w \times u)$$